Traduction italienne (Google)[1] de deux extraits du texte de Grünwald sur la numération à base négative

(en bas de la page 211)

VII.

Observations générales sur l'élévation à une puissance
et notamment à la puissance 2 et 3
des nombres écrits en base $(-b)$.

I. Si la partie entière d'un nombre positif est composée d'un nombre impair de chiffres, cela se produit aussi pour une de ses puissances, quel que soit son degré.

II. La partie entière de la puissance de degré pair de tout nombre quel qu'il soit est toujours composée d'un nombre impair de chiffres.

III. Si la partie entière d'un nombre radical est composée d'un nombre pair de chiffres, la partie entière de sa puissance de degré n sera également composée d'un nombre pair de chiffres ou non selon que n est pair ou impair.

IV. Si un nombre radical a m chiffres, sa puissance n en aura mn.

V. Si un entier se termine par m zéros, sa puissance n se terminera par mn zéros.

VI. Le carré d'un entier se termine par le même chiffre écrit en base $(-b)$ comme écrit en base $(+b)$; pour qu'un nombre écrit en base $(-b)$ soit le carré d'un autre nombre, il faut qu'il se termine par un de ces chiffres c_0 pour lesquels se terminent les carrés des nombres écrits en base $(+b)$, sinon forcément il n'est pas carré.

VII. De manière analogue : la puissance de degré n_i de tout entier se termine par le même chiffre c_0, qu'il soit écrit en base $(-b)$ ou en base $(+b)$[2].

VIII. Les puissances du même degré impair de deux entiers égaux opposés écrits en base $(-b)$ se terminent par des chiffres complémentaires : si en base $(-b)$, l'un se termine par (c_0), l'autre le sera par $(b - c_0)$; donc par exemple dans les bases (± 9), les cubes se terminent forcément par 0,1 ou 8 etc.

IX. Les puissances de même degré pair de deux nombres égaux opposés sont identiques mode dans la même base, puisqu'il s'agit toujours de $(+a)^{2m} = (-a)^{2m}$.

X. Si au lieu d'entiers nous avons affaire à des nombres radicaux, ce qui est dit ci-dessus à propos du chiffre c_0 est valable dans ce cas plutôt pour le chiffre c_{-r} (voir l'introduction).

---

[1]et essais de correction : Denise Vella-Chemla, février 2024.

[2]Voir les tableaux en pages 39 et 40 de "*l'Essai...*" et les observations qui y sont afférentes.

(page 220)

X.
Transformation de fractions ordinaires en radicaux et vice versa.

A. *Problème direct.*

Étant donnée la fraction $F = \frac{N}{D}$, nous aurons résolu le problème si nous pouvons lui donner la forme $F = \frac{N_1}{(-b)^m}$, nous y arriverons en posant $F = \frac{N \times (-b)^m : D}{(-b)^m}$ à condition que $N \times (-b)^m : D = N_1 =$ nombre entier ; en supposant donc D premier avec N, la solution du problème dépendra de la divisibilité ou pas de $(-b)^m$ par D. Dans le 1º cas, il existe une fraction radicale finie équivalente à la fraction ordinaire proposée ; dans le 2º cas, cependant, une fraction radicale infinie est générée qui, avec une parfaite analogie avec ce qui se passe pour les fractions décimales en arithmétique ordinaire, sera soit périodique simple. soit périodique mixte, selon que D est premier ou non premier à b. Puisqu'il s'agit d'une répétition du raisonnement similaire fait dans l'*Essai...* pour plus d'informations sur ce sujet, voir la page du chapitre III. 22 et suivants.

B. *Problème inverse..*

Étant donné une fraction radicale, si elle est finie, le problème est rapidement résolu en l'écrivant sous la forme d'une fraction ordinaire et, si on le souhaite, en la réduisant davantage aux termes les plus bas. S'il est infini, on distingue :

I. S'il s'agit d'une périodique simple de période π composée de n chiffres, la fraction ordinaire génératrice de même sera

$$F = \frac{\pi}{(-b)^n - 1}.$$

II. Si c'est une fraction périodique mixte avec la période π composée de n chiffres, et d'antipériode Q de m chiffres, sa génératrice sera

$$F = \frac{[Q(-b)^n + \pi] - Q}{[(-b)^n - 1](-b)^m}.$$

Les deux dernières formules se traduiraient facilement en régles, qui ressembleraient à celles correspondantes pour les fractions décimales périodiques, dont la preuve a également été répétée dans l'*Essai* à la page. 22 et suivants.

XI.
Passage d'un système de numérotation à un autre..

Ce passage peut avoir lieu entre deux systèmes tous deux à bases positives, ou l'un à base négative et l'autre à base positive, en distinguant encore si les 2 bases sont égales, opposées et aussi numériquement différentes.

Cependant, compte tenu des règles d'exécution du passage précité pour le 1er cas (pour les deux bases positives, étudiées en détail dans l'*Essai*, Chapitre VIII pages 36-37, il est aisé de comprendre et de vérifier facilement que les règles identiques avec des modifications insignifiantes, qui sont certainement comprises, sont valables pour toutes les autres étapes possibles.

Exemple

Esempii.

I.

Dico : $(7835)_9 = (15823)_{-10}$

Infatti: Scrivendo in base 9 positivo si ha:

$$+7835 : -11 = -712 + \frac{3}{-11} \quad (3$$
$$-712 : -11 = +64 + \frac{2}{-11} \quad (2$$
$$+64 : -11 = -5 + \frac{8}{-11} \quad (8$$
$$-5 : -11 = +1 + \frac{5}{-11} \quad (5$$
$$1 : -11 = 0 + \frac{1}{-11} \quad (1$$

II.

Dico $(15823)_{-10} = (7835)_9$

Infatti : scrivendo in base 9 positivo si ha

$$\begin{array}{c} 15823 \\ \hline \times(-11)-5 \\ \hline +61 \\ \hline -712 \\ \hline +7835 \end{array}{}_9$$

Per maggiori ragguagli e pei ragionamenti analoghi si manda il lettore alle pag. 35-37 succitate del *Saggio*.

Pour rechercher la base, même négative, de ce système numérique dans lequel N a été écrit de manière préétablie, on opère comme s'il s'agissait d'une base positive. Et puis il est intéressant de constater et facile de démontrer le fait que :

I. Un nombre N ne peut pas s'écrire de la même manière dans deux ou plusieurs bases numériquement différentes du même signe tant que N n'est pas inférieur à la plus petite des bases considérées.

II. Un nombre N peut s'écrire de la même manière dans deux bases égales opposées ou dans deux bases numériques différentes de signes différents. Si N n'est pas inférieur à la plus petite des bases considérées, il ne peut s'écrire dans un troisième système comme il l'a été dans les deux autres et précisément :

- si N est positif, il s'écrit dans la base $(+b)$ de la même manière, à condition que $c_1 = c_3 = c_5 = \ldots = c_{2m-1} = 0$, avec $(2m + 1)$ le nombre de chiffres de N ;
- si N est négatif, il s'écrit dans les bases $(+b)$ de la même manière, à condition qu'il soit $c0, c2, c_4, \ldots, c_{2m-2} = 0.(2m$ étant le nombre de chiffres de $N)$.

Vérone, 24 Avril 1884.