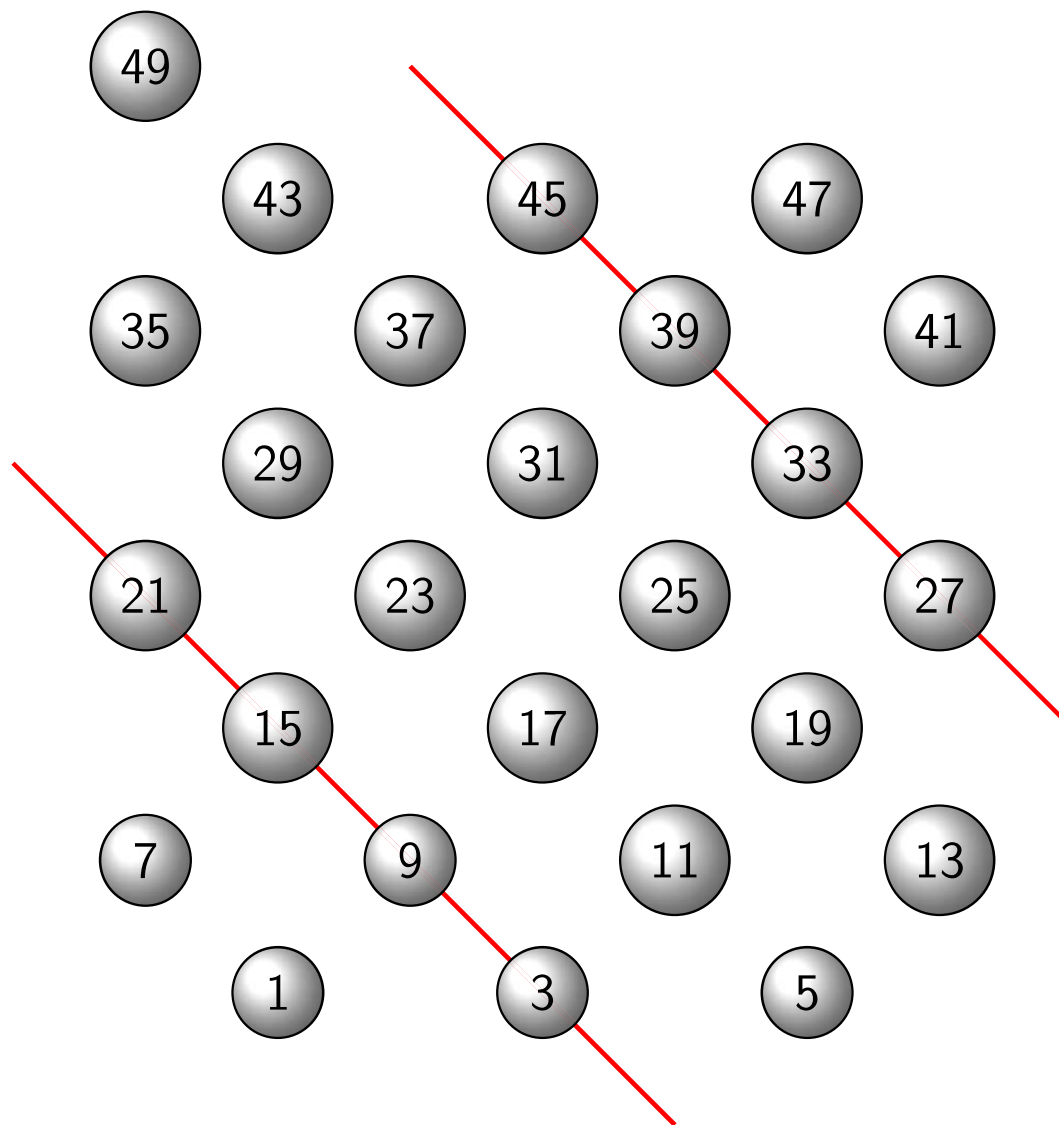
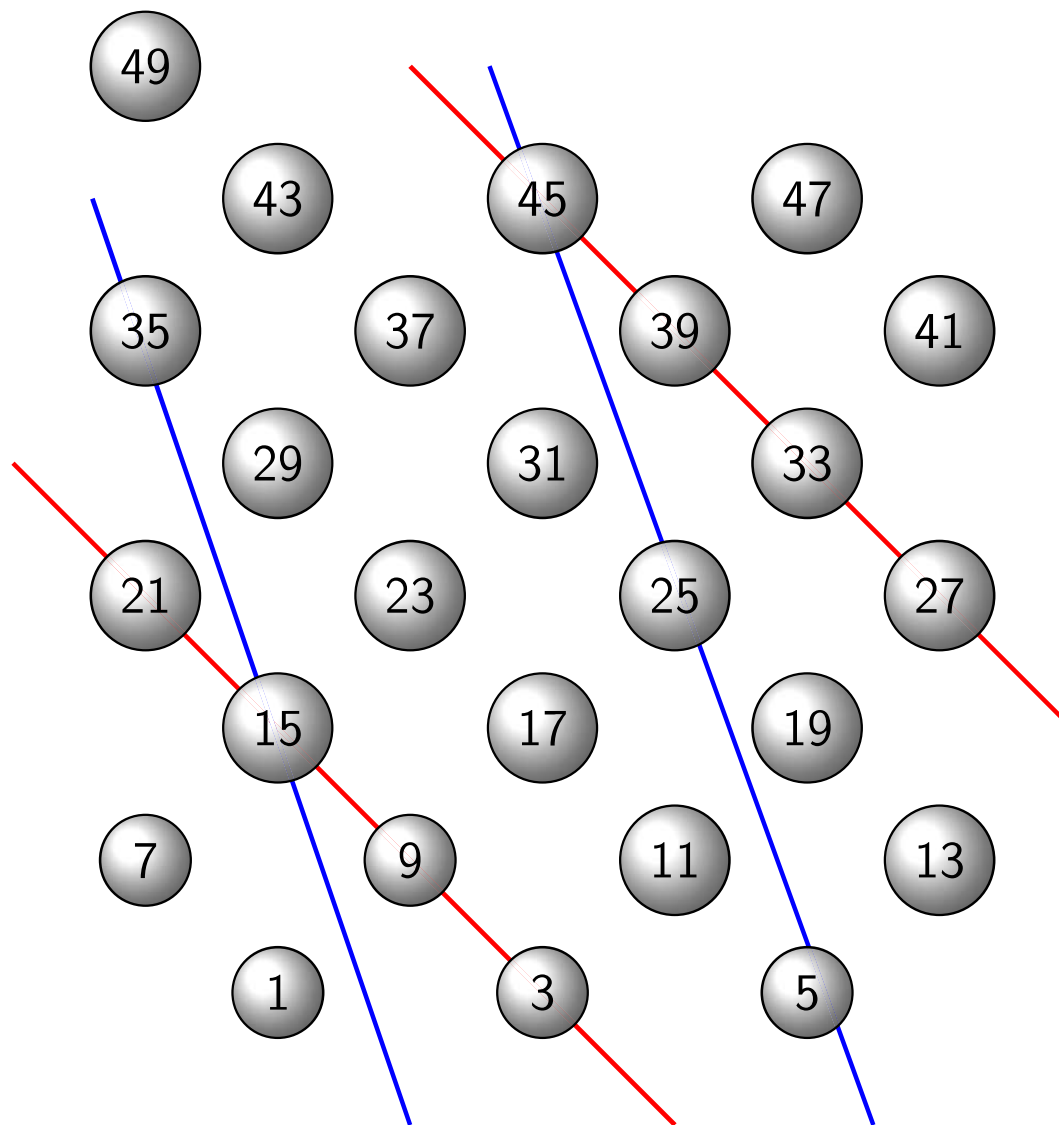


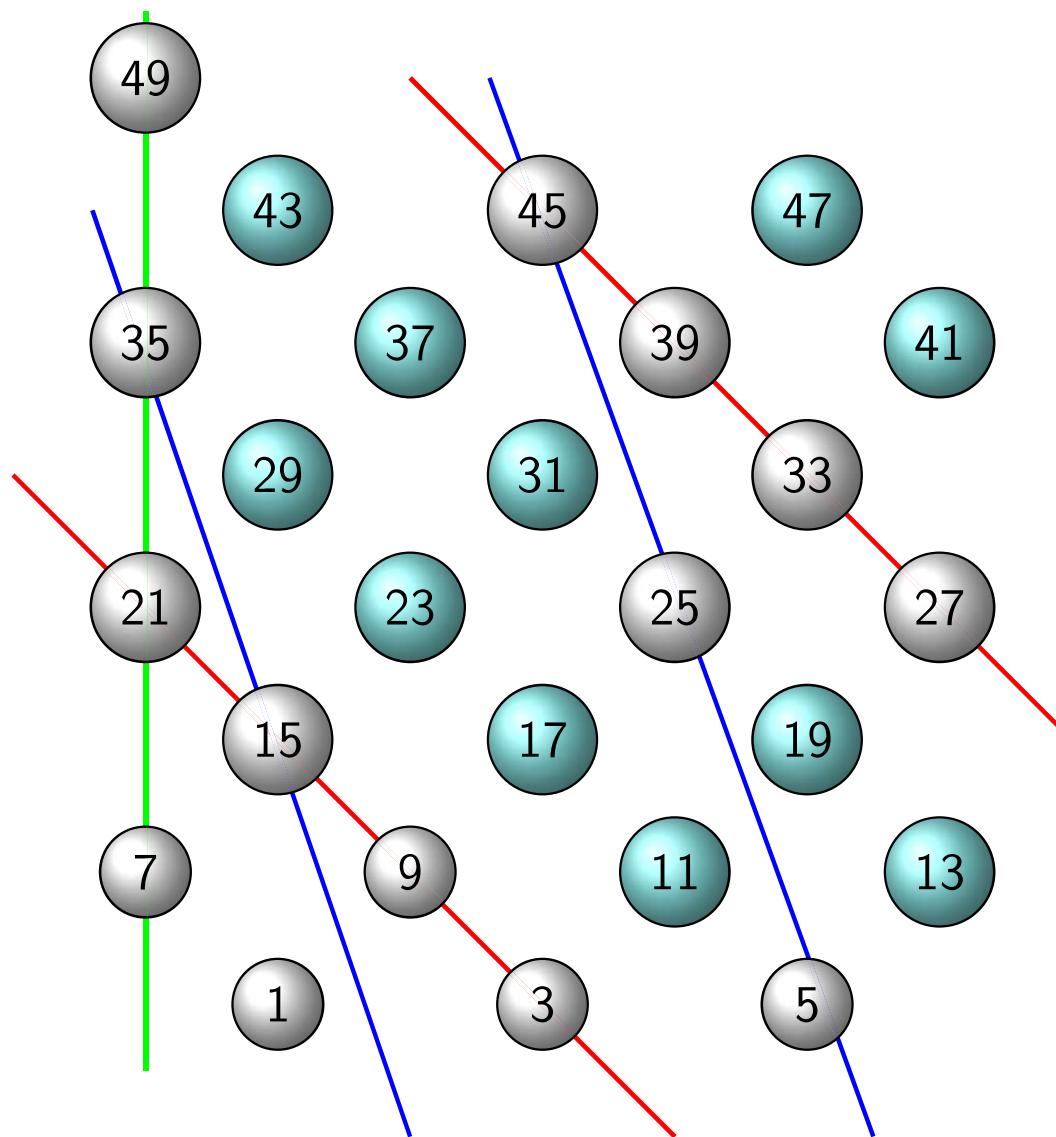
- on cherche les décomposants de Goldbach de 98 ;
- on écrit les nombres impairs de 1 à 49.



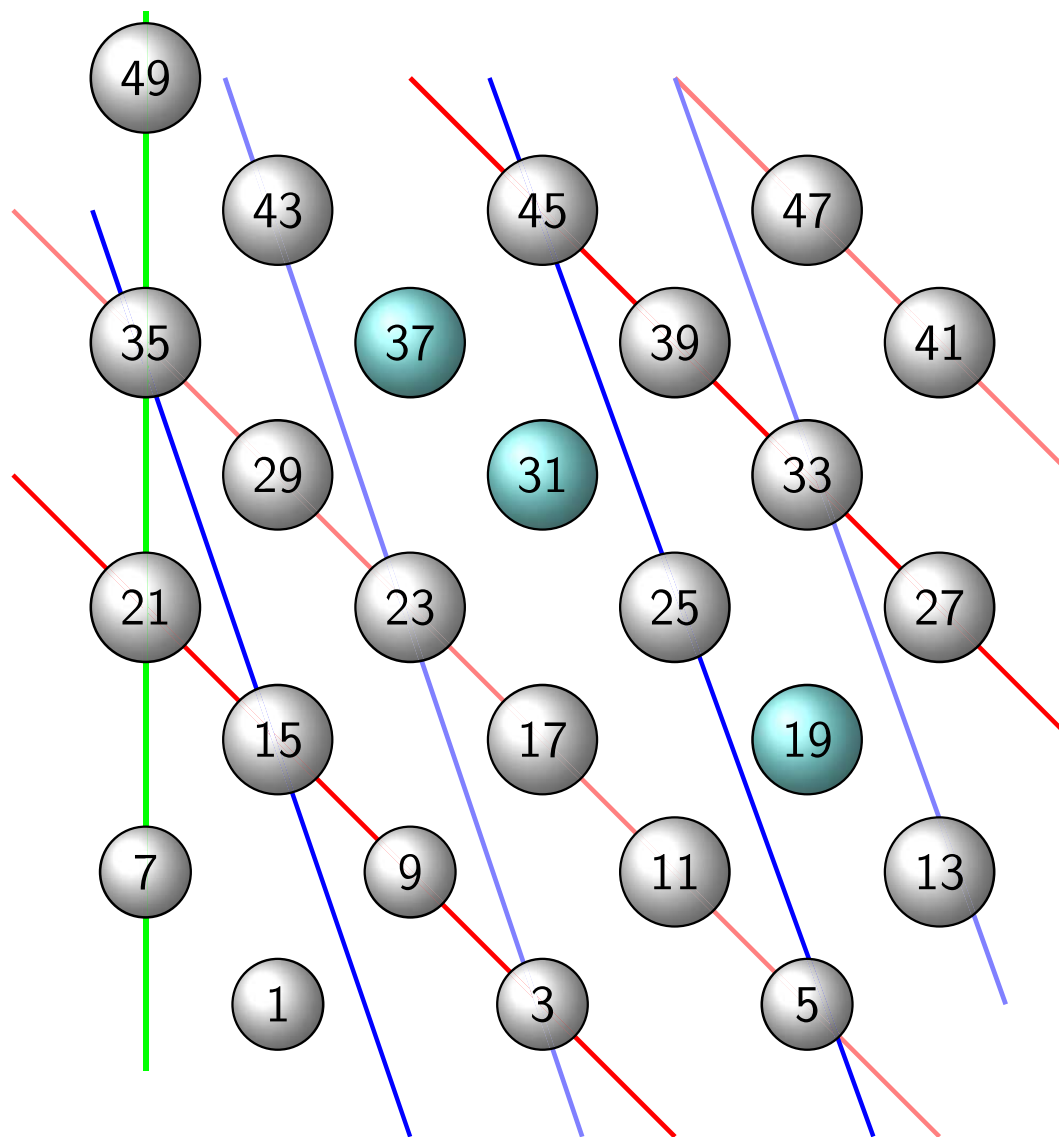
- on crible les multiples de 3 ;



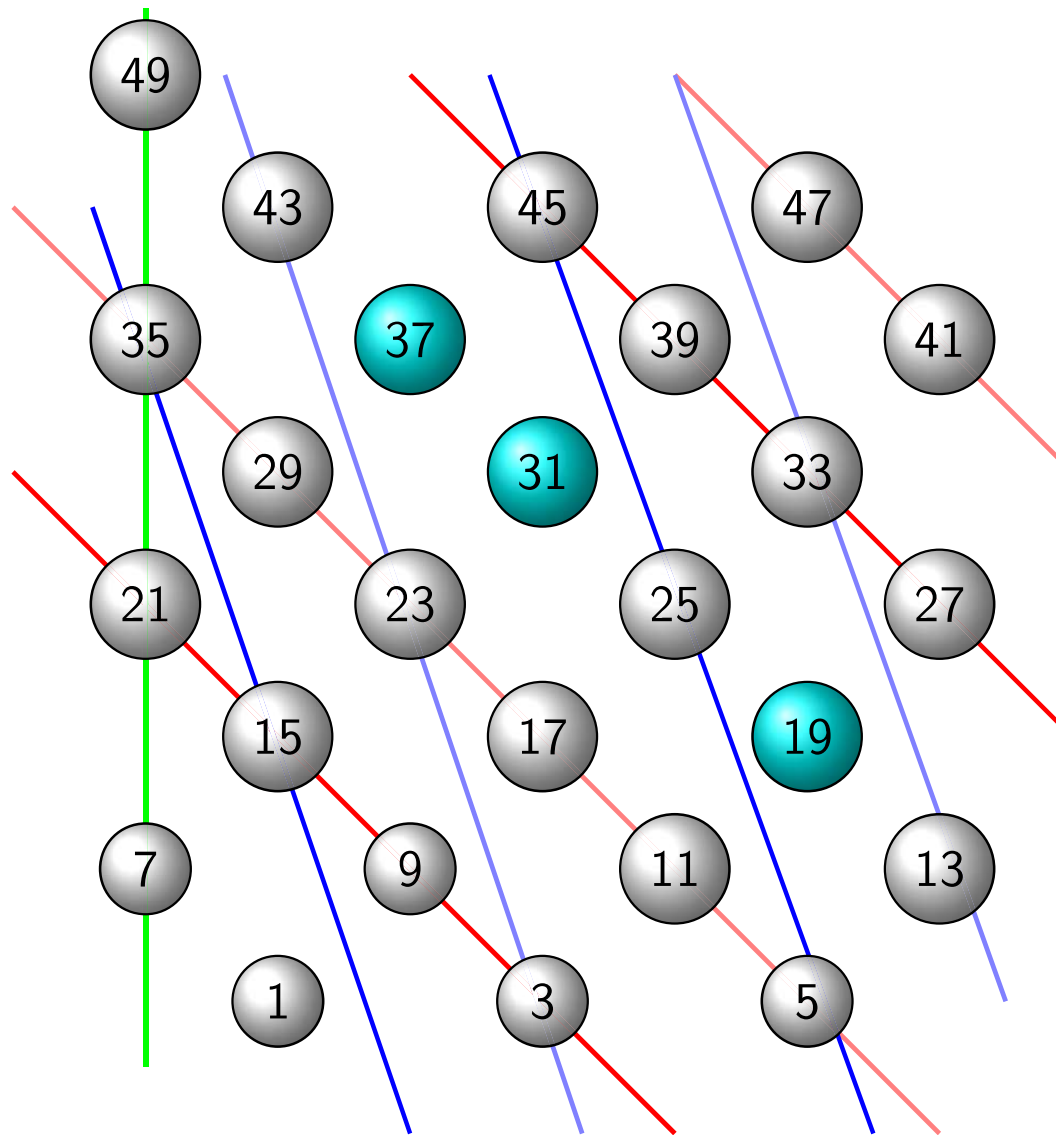
- on crible les multiples de 5 ;



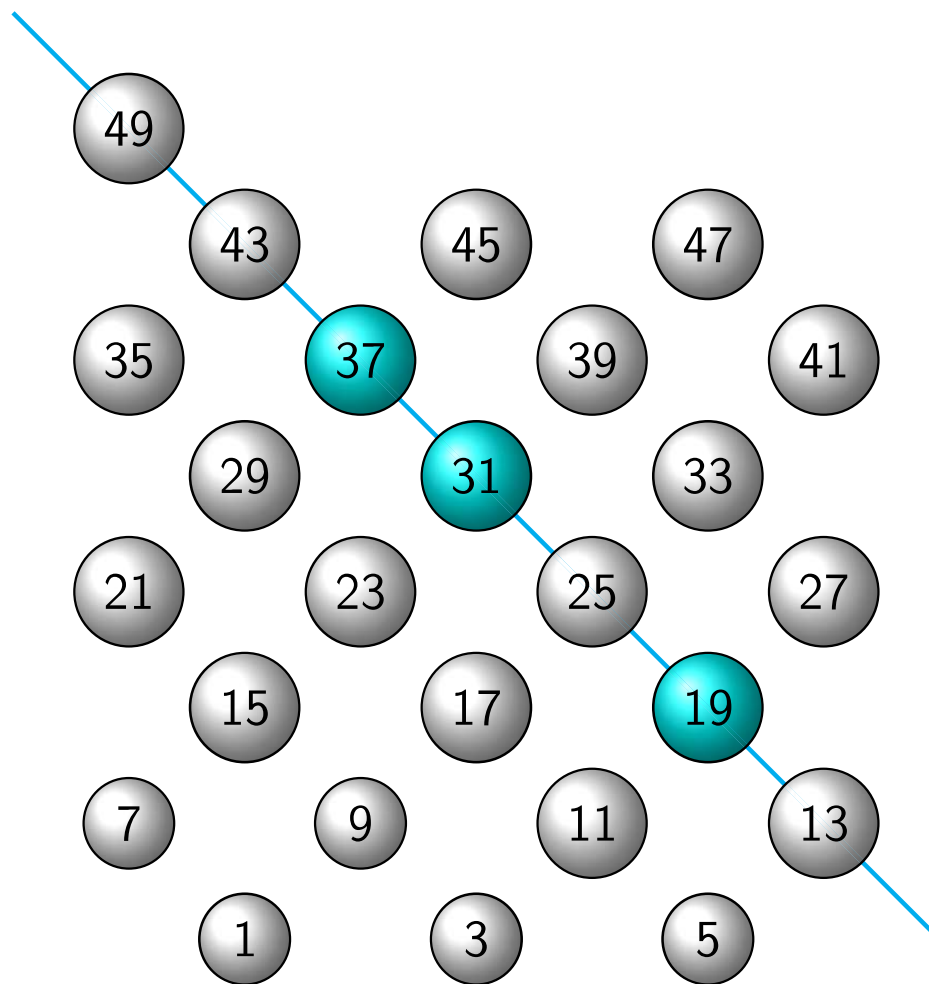
- on crible les multiples de 7 ;
- ne restent (n'appartiennent à aucune droite colorée) que des nombres premiers  $> \sqrt{98}$  (et le nombre 1) puisqu'on a criblé tous les multiples de nombres premiers inférieurs à  $\sqrt{98}$ .



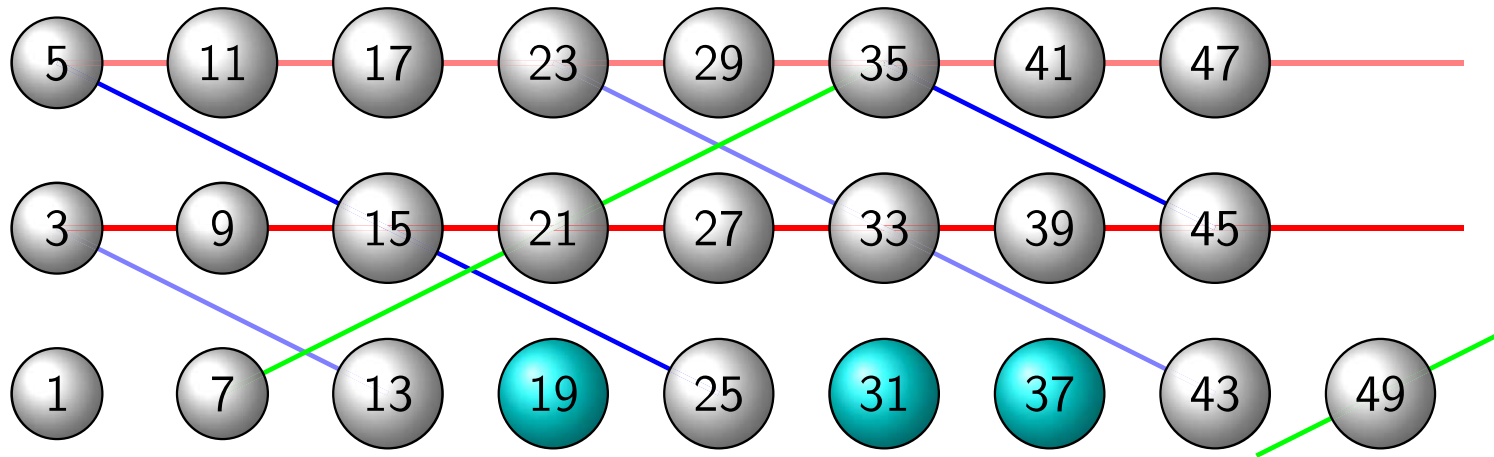
- on crible aussi les  $3x + 2$  et les  $5x + 3$  car  $n = 98$  en est un, pour obtenir un nombre premier dont le complémentaire à  $n$  est premier.



- seuls restent, qui sont passés au travers des mailles du crible, les décomp. de Goldbach de 98 ;
- on crible selon  $\pi(\sqrt{n})$  directions ; le nombre de droites parallèles dans une direction donnée est fonction du choix de la base qui affecte les positions des nombres dans le plan cartésien.

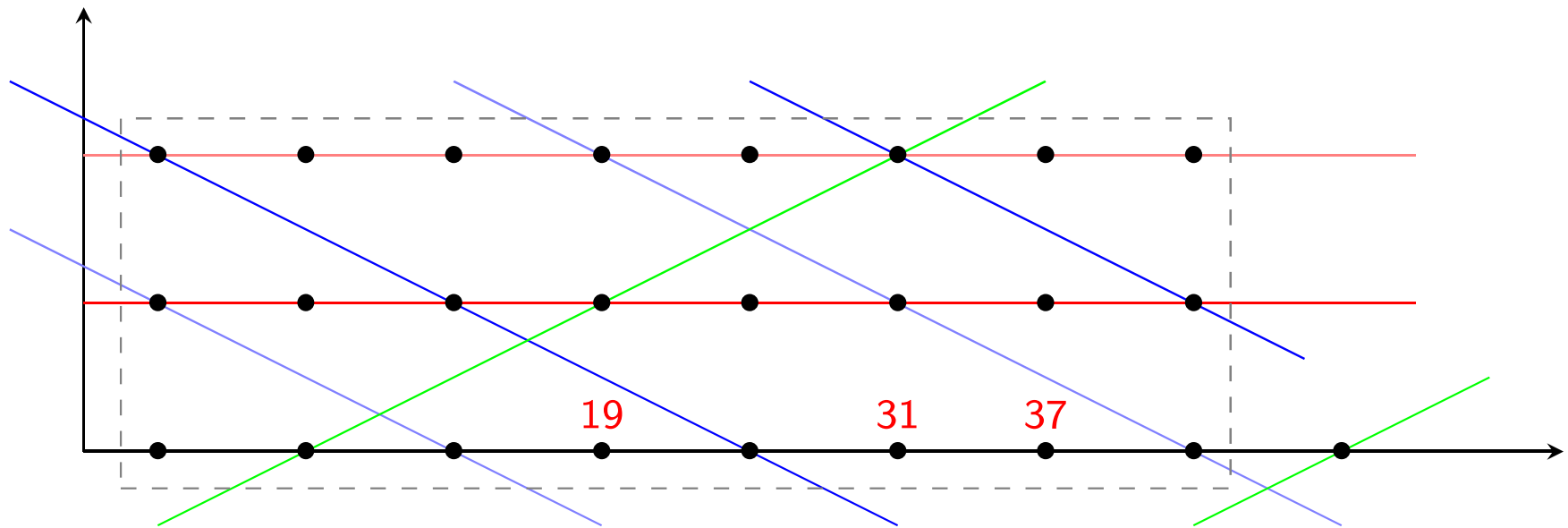


- les décomposants de Goldbach de 98 sont tous de la forme  $6k + 1$  car 98 est un  $6k + 2$  ;
- les nombres pairs de la forme  $6k$  ont environ deux fois plus de décomposants de Goldbach que les  $6k + 2$  ou les  $6k + 4$  car les  $6k + 2$  n'ont que des décomposants de forme  $6k + 1$  tandis que les  $6k + 4$  n'ont que des décomposants de la forme  $6k + 5$ .



- cylindre (infini) plus simple à lire car il contient moins de lignes ;
- principe identique : à la recherche des décomposants de Goldbach de  $n$ , selon chaque direction correspondant à un nombre premier  $p_k$  inférieur à  $\sqrt{n}$ , on crible selon 2 restes ( $\text{mod } p_k$ ) ou bien selon un seul reste si  $p_k$  divise  $n$ . Les décomposants de Goldbach sont alignés sur l'une et / ou l'autre des deux droites des  $6k + 1$  et des  $6k - 1$  selon que le reste de  $x$  par 6 est 0, 2 ou 4 ;
- ce que je trouve très chouette : les droites  $5x + k$  et les droites  $7x + k'$  se trouvent avoir des orientations "symétriques" dans ce cylindre, ainsi par exemple que les droites  $11x + k$  et les droites  $13x + k'$  ou plus généralement les droites  $(6k - 1)x + k'$  et  $(6k + 1)x + k''$  ;
- pour faciliter la lecture du graphique, on a placé le nombre  $x$  à la position  $(\lfloor x/6 \rfloor, x \text{ mod } 6)$  (la position de  $x$  sur le cylindre dépend de son quotient et de son reste par 6).





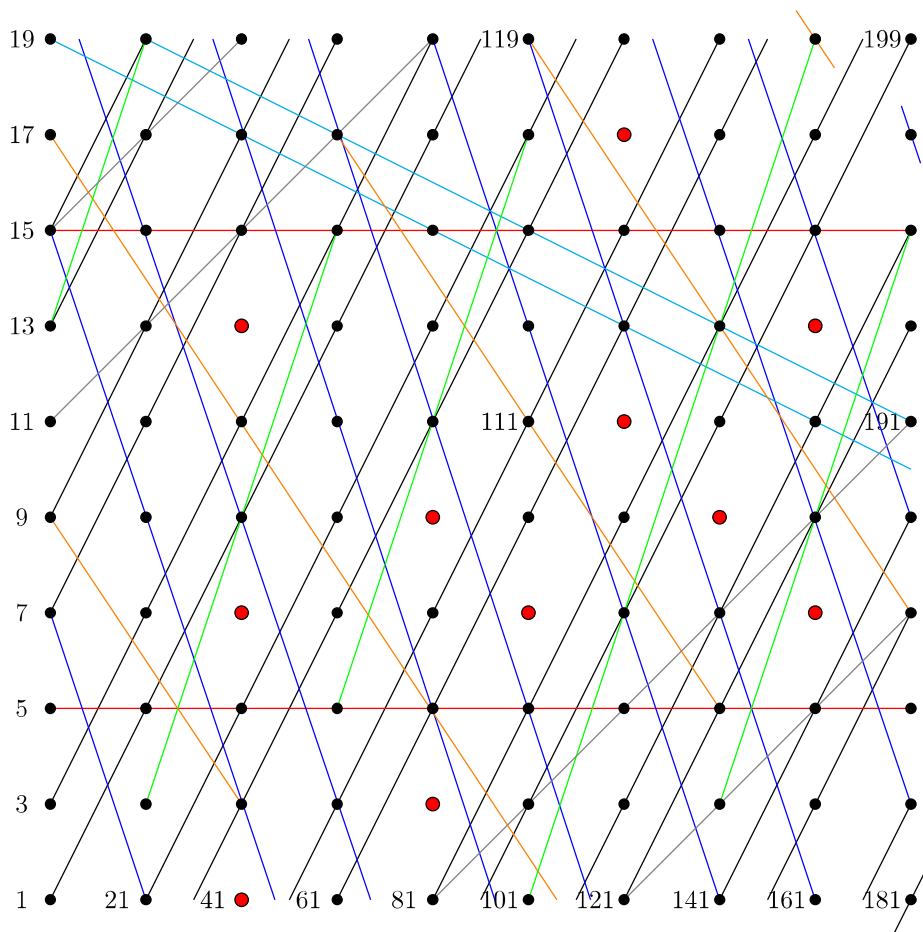
- on a transformé le problème arithmétique en problème géométrique : trouver s'il existe un point  $n$  n'appartenant à aucune région délimitée par les droites associées à  $n$  ;
- problème : on ne sait pas compter les droites, et déterminer les multiplicités (ici par exemple, le point du nombre 35 est à la fois un  $5x$ , un  $7x$  et un  $3x + 2$  (il est concours d'une droite verte, d'une rose et d'une bleue).

*Cristal pour trouver les décomposants de Goldbach de 400 (Denise Vella-Chemla, 7.2.2020)*

On trace les droites affines des nombres à cribler pour trouver les décomposants de Goldbach de 400 sur un carré de côté  $20 = \sqrt{400}$ .

On crible les  $3a$ , les  $5b$ , les  $7c$ , les  $11d$ , les  $13e$ , les  $17f$  et les  $19g$ . Les nombres qui passent au travers des mailles du filet sont les nombres premiers supérieurs à 20.

400 appartenant à toutes les suites arithmétiques ci-après, pour que le complémentaire du nombre premier trouvé par le crible ci-dessus soit lui-aussi un nombre premier, on crible également les  $3a+1$ , les  $5b$  (déjà criblés), les  $7c+1$ , les  $11d+4$ , les  $13e+10$ , les  $17f+9$  et les  $19g+1$ .



Les décomposants de Goldbach de 400 (supérieurs à  $20 = \sqrt{400}$ ) sont marqués en rouge (on fournit entre parenthèses leurs coordonnées) : 41 (3,1), 47 (3,4), 53 (3,7), 83 (5,2), 89 (5,5), 107 (6,4), 131 (7,6), 137 (7,9), 149 (8,5), 167 (9,4) et 173 (9,7).

```
vella-chemla@vellachemla-X510UA:~/Desktop/2019/gb-tools-0.7.0$ ./gb-decomp -d 400
**** End sieve in 0..400 there are 78 primes (biggest is 397)
  3 +      397 = 400
 11 +     389 = 400
 17 +     383 = 400
 41 +     359 = 400
 47 +     353 = 400
 53 +     347 = 400
 83 +     317 = 400
 89 +     311 = 400
107 +     293 = 400
131 +     269 = 400
137 +     263 = 400
149 +     251 = 400
167 +     233 = 400
173 +     227 = 400
400 has      14 decomp
```