

Faire le point (Denise Vella-Chemla, 25.02.2018)

Cette note est destinée à conserver la trace de réflexions éparses, une manière de faire le point.

1) Ensembles de Cantor, nombres réels, nombres premiers

Ci-dessous, un extrait du premier magazine Accromaths "Les Fractales", téléchargeable ici : <http://accromath.uqam.ca/2006/07/les-fractales/> au sujet de l'ensemble de Cantor.

"En 1883, Cantor publie son fameux ensemble triadique (ou poussières de Cantor). Pour construire l'ensemble, il prend l'intervalle  $[0,1]$  et retire le tiers central en conservant les extrémités. Ensuite, il enlève le tiers central de chacun des nouveaux segments et ce, indéfiniment. Le résultat trouble à l'époque puisqu'il s'agit d'un exemple d'ensemble qui contient une quantité non-dénombrable de points mais dont la mesure est nulle."

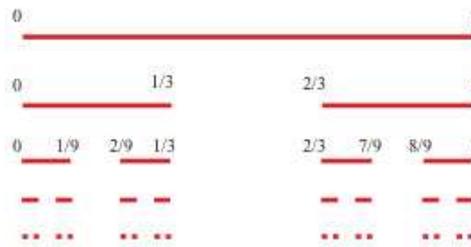


FIGURE 1 : L'ensemble de Cantor

Dans la mesure où les nombres premiers ne sont ni divisibles par 2, ni par 3, ni par 5, etc., il semblerait naturel de représenter leur ensemble par l'ensemble de Cantor suivant (on n'arrive cependant pas trop à savoir comment gérer le fait qu'un nombre premier est divisible par lui-même) :

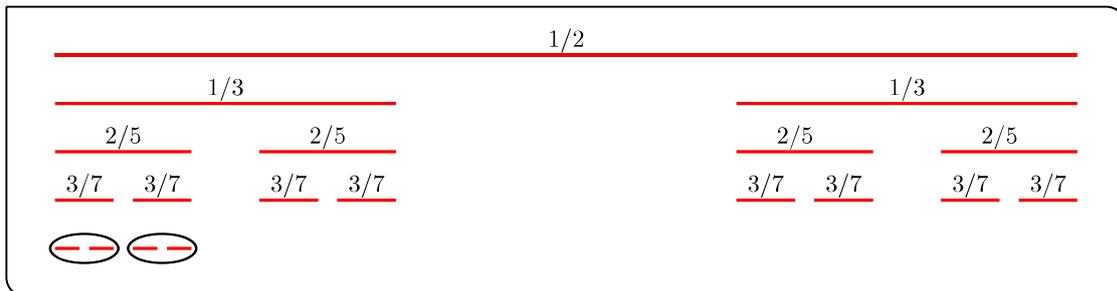


FIGURE 2 : L'ensemble de Cantor dédié aux nombres premiers

avec comme zoom sur les parties encadrées :

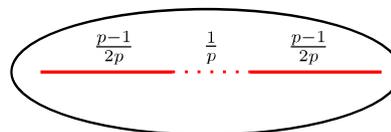


FIGURE 3 : Zoom sur les parties encadrées de la figure 2

Pour mieux cerner, si c'était possible, les points d'un tel espace, on revient au Snurpf, le Système de Numération par les Restes dans les Parties Finies de  $\mathbb{N}$ . On associe à chaque entier  $n$  un réel compris entre 0 et 1 dans la partie décimale duquel sont codés les restes des divisions euclidiennes de  $n$  par l'infinité des nombres premiers. On normalise les tranches de décimales pour que les décimales correspondant aux restes des différents entiers selon un même nombre premier "tombent bien en face" : si on note  $nbdigits(p)$  le nombre de chiffres de  $p$ , on réserve  $nbdigits(p)$  décimales du réel pour coder le reste de la division euclidienne de  $n$  par  $p$ .

Le chiffre des dixièmes code le reste de la division euclidienne de  $n$  par 2, celui des centièmes code le reste de la division euclidienne de  $n$  par 3, les deux chiffres des 100000-èmes et millionièmes codent le reste de la