

## 8 petites vidéos pour la semaine Maths et numérique, essentiellement dans le domaine de la géométrie (Denise Chemla, référente numérique dans le département de l'Essonne, 21.1.2020)

### 1. Les polyèdres et la formule d'Euler

Voici Euler.

Il était mathématicien au XVIII<sup>ème</sup> siècle et il a découvert quelque chose sur les polyèdres.

Un polyèdre est un volume qui a plusieurs faces planes (ou plates).

*Poly* veut dire plusieurs et *èdre* veut dire face.

Tu peux poser ta main à plat sur chaque face du polyèdre.

Un polyèdre a aussi des sommets (les coins pointus que tu peux désigner du doigt) et des arêtes (les lignes droites au bord des faces, que tu peux suivre du doigt).

Tu vas maintenant compter le nombre de sommets, le nombre de faces et le nombre d'arêtes de quelques polyèdres.

Pour aller plus vite, on utilisera trois lettres pour se rappeler de ce qu'on compte : la lettre **S** pour compter les sommets, la lettre **F** pour les faces et la lettre **A** pour les arêtes.

Commençons par le cube. Compte les sommets. Que vaut S ?

Compte les faces. F égal... quoi ?

Compte les arêtes. Et A vaut ? ...

Voyons d'autres polyèdres. Le tétraèdre, c'est une sorte de petite pyramide. A nouveau, calcule **S**, **F** et **A**.

Voici la pyramide (comme celles d'Égypte). *Attention* : une seule de ses faces n'est pas de la même forme géométrique que les autres : c'est un carré et les autres sont des ...

Range maintenant tes résultats les uns sous les autres dans un tableau et fais quelques petits calculs pour remplir la dernière colonne.

Que constates-tu ?

Etonnant, non ?!

Et celui-là, l'as-tu bien regardé ?

Pour le plaisir des yeux, voici les polyèdres que Léonard de Vinci avait dessinés (le peintre de la Joconde, oui, lui-même). Il a dessiné tous ces polyèdres dans la ville de Venise, en 1509.

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**

---

*note* : la formule fournie ne fonctionne que pour les polyèdres convexes (qui n'ont pas de coins entrants).

## 2. Combien de poignées de mains ?

Aujourd'hui, échangeons... des poignées de main.

Imagine trois personnes qui se serrent la main.

Chaque personne serre la main des deux autres.

Combien de poignées de main échangent-elles en tout ?

Passons à 4 personnes. Sauras-tu calculer le nombre de poignées de mains ?

Maintenant 5 personnes. Calculons.

Et si elles sont 6 alors ?

Ça devient compliqué de les dessiner, le dessin devient tout embrouillé mais cela peut vraiment aider. Si le nombre de personnes devient trop grand, il faut RAISONNER.

La main d'une personne en particulier parmi les 6 personnes croise combien d'autres mains ?

Une autre question : est-ce que la poignée de main que A échange avec B, c'est la même poignée de main que celle que B échange avec A ou bien est-ce que c'en est une autre ?

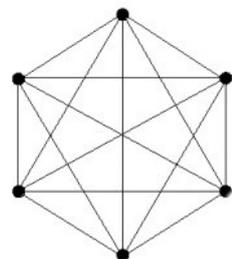
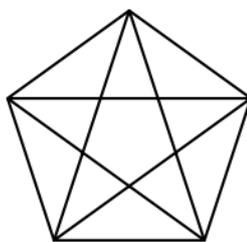
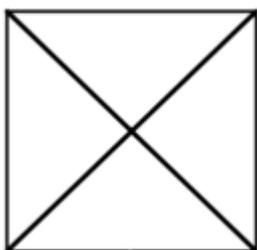
Je te laisse réfléchir.

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**

---

Formule :  $n(n-1)/2 = (6 \times 5) / 2 = 15$  pour 6 personnes (10 pour 5 personnes, 6 pour 4 personnes et 45 pour 10 personnes).

La même formule permet de compter le nombre total de diagonales et de côtés d'un polygone régulier.



### 3. L'ordre de grandeur

On va découvrir l'idée d'ordre de grandeur.

Connaître l'ordre de grandeur d'un résultat, c'est connaître ce résultat approximativement, à peu près, on dit parfois « à la louche ».

Par exemple, dans une classe, il y a à peu près entre 20 et 30 élèves. Autre exemple, la France mesure environ 1000 km du Nord au Sud.

Pour ne pas avoir à utiliser des nombres soit trop, VRAIMENT trop grands, soit trop, VRAIMENT trop petits, on a inventé les unités.

Par exemple, on utilisera les millimètres pour mesurer un insecte, et on utilisera les kilomètres pour mesurer la distance entre deux villes et enfin, on utilisera les années-lumière pour mesurer la distance entre deux étoiles dans le cosmos.

Le très très très petit (les microbes, les électrons qui transportent l'électricité) ou bien le très très très grand (les distances entre les galaxies), c'est très fascinant, ça fait quand-même bien rêver.

Imagine par exemple que la Terre, notre planète, se déplace à 30 kilomètres par seconde dans l'Univers, c'est-à-dire à plus de 100 000 kilomètres par heure, on n'a pourtant pas l'impression qu'elle va si vite !

Voici des exemples pour illustrer cette notion d'ordre de grandeur.

Réfléchis-y quelques instants.

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**

#### 4. Cubes en relief

Tu vas apprendre à dessiner des cubes.

Un cube, ça fait un peu penser à un carré, mais ça n'est pas la même chose : le cube est en relief, en volume, ce sont ses faces qui sont carrées.

Pour dessiner des cubes, on va tracer des... cercles ! Etonnant, non ?!

D'abord trace un cercle au compas.

Puis en mettant la pointe du compas sur le cercle, dessine 6 autres cercles se touchant les uns les autres (on appelle cela une rosace). On voit comme 6 pétales d'une fleur à l'intérieur du premier cercle.

En traçant un trait à la règle dans un pétale sur deux (un pétale avec un trait, un pétale sans trait, un pétale avec trait, un sans trait, etc.), tu vois apparaître un cube, comme en relief.

Colorie les 3 « faces » du cube (les 3 losanges que tu vois) en utilisant 3 couleurs différentes, pour avoir encore mieux l'illusion du relief.

Si tu as rempli ta feuille de cercles, tu pourras dessiner de multiples cubes qui se touchent.

Quand tu te seras bien entraîné(e), tu pourras même oublier les cercles qui t'ont servi pour la construction géométrique.

Vasarely, un peintre abstrait du XX<sup>ème</sup> siècle, a utilisé les cubes dans plusieurs de ses œuvres.

Essaie de les repérer.

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**

## 5. Mesures d'aires

L'aire, c'est la mesure d'une surface.

Imagine par exemple qu'on souhaite repeindre les murs de la classe.

Il faut connaître le nombre de pots de peinture dont on a besoin.

Ou bien pense qu'on veut carreler un sol, ou bien mettre de la moquette, ou bien goudronner une route.

Pour tout ça, il faut savoir mesurer des aires.

Pour commencer, voici un exemple très simple : calculons la surface d'une tablette de chocolat.

Cette tablette mesure 4 carreaux sur 5 carreaux. La mesure de son aire, si on prend comme unité un seul carreau, c'est 4 fois 5 égalent 20 carreaux.

Parfois les surfaces dont on doit calculer l'aire sont toutes biscornues. Alors pour calculer la mesure de la surface, on imagine qu'on découpe un petit bout de la surface et qu'on le met ailleurs dans la surface pour que la forme soit telle que les calculs soient plus faciles à faire.

Maintenant, tu vas observer de telles surfaces biscornues, un peu bizarres, et tu devras seulement imaginer quel petit bout de la surface il te faudrait découper aux ciseaux et le mettre ailleurs pour que l'aire soit plus facile à mesurer.

Attention, c'est parti !

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**

## 6. Les entrelacs

Tu vas apprendre ici à dessiner de beaux entrelacs.

Voici quelques exemples pour que tu saches de quoi il s'agit.

Un entrelacs, c'est une sorte de nœud d'une ficelle un peu grosse et qu'on dessine joliment.

Au départ, dessine une courbe simple et que tu fais se refermer à la fin (c'est à dire que la ligne courbe revient à son début).

*Attention* : n'appuie pas trop sur le crayon à papier car tu vas devoir gommer des petites portions de la courbe.

Puis, « double » ta ligne, c'est-à-dire que tu ajoutes une deuxième ligne proche de la première et à chaque croisement, tu obtiens un double croisillon, comme ceci.

Maintenant, gomme ce qui ne convient pas : pour ça, à chaque croisement, pense « dessus » ou « dessous » alternativement (c'est-à-dire en alternant dessus / dessous / dessus / dessous, etc.), un peu comme une voiture qui n'arrêterait pas de passer sous un tunnel, puis sur un pont.

Quand tu penses « dessus », tu dois gommer les bords de la ficelle qui passe en dessous parce qu'ils sont cachés par la ficelle du dessus.

Tu n'as plus qu'à colorier et apprécier la mise en relief de ton dessin.

Voici d'autres exemples pour t'inspirer, pour stimuler les idées.

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**

## 7. Les patrons de solides

Aujourd'hui, on va parler des patrons du cube ou bien du parallélépipède rectangle.

Alors, comme parallélépipède rectangle, c'est quand-même assez difficile à prononcer, on va plutôt dire un pavé, c'est plus simple.

Pour le cube, tu peux penser par exemple à un dé à jouer.

Pour le pavé, pense à une boîte dont les faces sont rectangulaires, comme celle-ci par exemple.

Bien, maintenant le patron du cube, ou bien le patron du pavé : attention, le patron, ce n'est pas le chef du cube, comme quand on parle du patron d'une société.

Ici, le patron, c'est plutôt un mot qui vient du domaine de la couture. Un patron, c'est un ensemble de formes géométriques planes (ou plates) et qu'on va mettre en volume (en relief) en les repliant les unes contre les autres et en cousant. En mathématiques, on ne coud pas, on assemble par la pensée.

Par exemple, en couture, le patron d'une veste, c'est la veste dessinée sur le tissu, puis que l'on découpe avant de la coudre.

En mathématiques, voyons le patron du cube se replier.

Tu as vu qu'un certain côté au hasard du patron dessiné, avant que le patron se mette en volume, vient se coller sur un autre côté, lors du pliage.

Pour que la mise en volume soit possible, il faut que le patron ait le bon nombre de faces, que les arêtes (les côtés des formes géométriques) qui vont se coller ensemble soient bien de la même longueur.

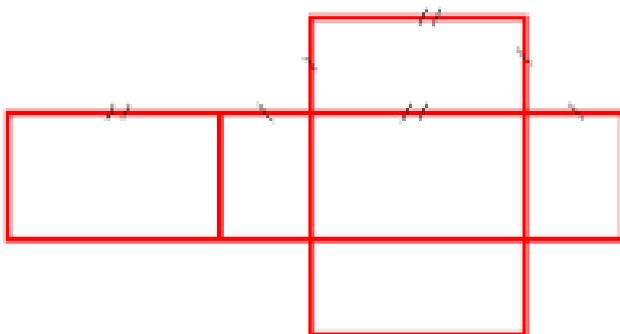
Essaie maintenant d'imaginer si le pliage (pour la mise en relief) des patrons suivants va permettre d'obtenir un objet bien formé ou pas. Dit autrement, essaie de voir si les patrons suivants sont possibles.

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**

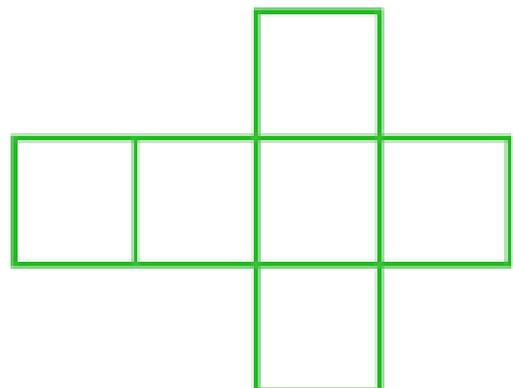
---

On peut utiliser des petits symboles dessinés sur les côtés du patron pour montrer quel côté va venir se coller à quel autre pour devenir une arête du solide.

pour un pavé droit :



pour un cube :



## 8. Les angles d'un triangle

Aujourd'hui, voyons un tour qui semble être un tour de magie dans un triangle.

Dessine un triangle, vraiment n'importe lequel.

Un triangle, c'est 3 points, n'importe où, par exemple sur une feuille.

Ensuite, on les relie. Les 3 segments qui relient les 3 points sont les 3 côtés du triangle.

Maintenant colorie de 3 couleurs différentes les 3 angles (ou bien, trace 3 petits symboles différents, par exemple un petit arrondi dans le premier angle, deux petits arrondis dans le second angle et 3 petits arrondis dans le troisième angle).

On fait ça pour bien se rappeler où étaient les angles, parce qu'on va découper et on risquerait de ne plus les retrouver après tous nos découpages.

Tu vois que chaque angle a deux côtés, un peu comme le bec d'un oiseau dessiné de profil.

Maintenant découpe le triangle en 3 morceaux, un peu n'importe comment, cela n'a pas d'importance, mais en n'approchant pas trop les ciseaux des angles.

Tu as tes 3 morceaux.

Colle un côté du premier angle à un côté du second angle, pointe contre pointe.

Colle ensuite un côté du troisième angle, pointe contre pointe à l'un des côtés des deux autres angles déjà accolés.

Que constates-tu ?

Eh oui, c'est extra ! Ça marche avec n'importe quel triangle, si c'est un triangle qu'on peut poser sur une surface plate, comme une table.

C'est à dire que la somme des 3 angles d'un triangle est toujours égale à l'angle plat. Un angle plat, c'est l'angle que font les deux jambes du compas, si on les écarte le plus possible, ou bien l'angle des jambes de la danseuse ou du danseur, lorsqu'ils font le grand écart au sol.

*Attention* : ce qu'on a découvert n'est plus vrai du tout si les 3 points, au lieu d'être sur une surface plane (comme une table) étaient sur une surface courbe, par exemple, si les 3 points étaient à la surface de la Terre, qui n'est pas plate puisque c'est une boule (on dit aussi une sphère).

Étonnant, non ?!

**Et souviens-toi : faire des mathématiques, ça développe l'imagination !**