Doubles de pairs entre 2 nombres premiers, comptage de lettres, régularités (Denise Vella-Chemla, 3.1.2016)

Il s'agit d'étudier si certains comptages de lettres, codant certaines propriétés de nombres, permettraient de mettre au jour des régularités, qui amèneraient la possibilité d'effectuer certaines déductions.

On rappelle que deux nombres premiers jumeaux ont pour différence 2. Par exemple, 3 et 5 sont des nombres premiers jumeaux, 41 et 43 en sont également.

On a tenté, dans une note récente, d'utiliser un nouveau codage par booléens de propriétés de primalité en cherchant si ce codage était avantageux pour étudier la conjecture des nombres premiers jumeaux mais ce codage ne semblait rien apporter d'intéressant. Du coup, on a essayé de trouver des régularités dans un tableau qu'on avait utilisé lors d'un travail autour de la conjecture de Goldbach et il s'avère que le tableau en question recélait des régularités qui semblent permettre de caractériser les doubles de nombres premiers jumeaux. Il faudrait démontrer ces régularités, et étudier si elles permettraient (seules ou en leur ajoutant d'autres régularités identifiées précédemment) de déduire qu'il y a une infinité de couples de nombres premiers jumeaux.

On note $X_b(n)$ le nombre de décompositions de n de la forme *composé* + *premier* et $X_d(n)$ le nombre de décompositions de n de la forme *composé* + *composé* (on rappelle qu'on ne s'intéresse qu'aux décompositions d'un nombre pair comme somme de 2 nombres impairs avec le premier sommant inférieur ou égal au second et les 2 sommants supérieurs ou égaux à 3 ; par exemple, 18 a 4 décompositions $3+15$ de la forme *premier*+*composé*, $5+13$ et $7+11$ de la forme *premier*+*premier* et $9+9$ de la forme *composé*+*composé*).

On constate dans le tableau suivant que pour les nombres pairs n doubles d'un pair k entre 2 nombres premiers $k-1$ et $k+1$, et seulement pour eux (on les a colorés en bleu), il y a égalité des différences suivantes dans 5 lignes consécutives (annotées d'une croix) :

1) $|X_b(n-4) - X_b(n-6)| = |X_d(n-4) - X_d(n-6)|$,
2) $|X_b(n-2) - X_b(n-4)| = |X_d(n-2) - X_d(n-4)|$,
3) $|X_b(n) - X_b(n-2)| = |X_d(n) - X_d(n-2)|$,
4) $|X_b(n+2) - X_b(n)| = |X_d(n+2) - X_d(n)|$ et
5) $|X_b(n+4) - X_b(n+2)| = |X_d(n+4) - X_d(n+2)|$.

La colonne d'entête $\Delta_b(n)$ fournit la valeur de $|X_b(n) - X_b(n-2)|$ tandis que la colonne d'entête $\Delta_d(n)$ fournit la valeur de $|X_d(n) - X_d(n-2)|$.

n	$X_b(n)$	$X_d(n)$	$\Delta_b(n)$	$\Delta_d(n)$	
18	0	1	0	1	
20	1	0	1	1	×
22	1	0	0	0	×
24	0	1	1	1	×
26	1	0	1	1	×
28	1	0	0	0	×
30	0	2	1	2	
32	2	0	2	2	×
34	1	1	1	1	×
36	0	2	1	1	×
38	2	0	2	2	×
40	1	1	1	1	×
42	0	3	1	2	
44	2	1	2	2	

n	$X_b(n)$	$X_d(n)$	$\Delta_b(n)$	$\Delta_d(n)$	
46	2	1	0	0	
48	0	3	2	2	
50	2	2	2	1	
52	3	1	1	1	
54	1	4	2	3	
56	4	1	3	3	×
58	3	2	1	1	×
60	0	5	3	3	×
62	4	1	4	4	×
64	2	3	2	2	×
66	1	5	1	2	
68	5	1	4	4	×
70	3	4	2	3	×
72	2	5	1	1	×

n	$X_b(n)$	$X_d(n)$	$\Delta_b(n)$
74	4	3	2
76	4	3	0
78	2	6	2
80	5	3	3
82	5	3	0
84	1	7	4
86	5	3	4
88	5	3	0
90	0	9	5
92	6	3	6
94	5	4	1
96	2	7	3
98	6	4	4
100	4	6	2