

# Conjecture de Goldbach et somme des diviseurs : utiliser une récurrence mystérieuse

Denise Vella-Chemla

22/3/14

On peut trouver sur la toile une récurrence toute simple qui permet de calculer la somme des diviseurs d'un nombre. Un nombre premier  $p$  a pour somme des diviseurs  $\sigma(p) = p + 1$ . On utilise cette condition pour tester la primalité. Les décomposants de Goldbach  $p$  et  $q$  d'un nombre pair  $n$  (i.e. les nombres premiers  $p$  et  $q$  dont  $n$  est la somme) s'avèrent ainsi être les nombres qui minimisent la somme  $\sigma(p) + \sigma(q)$  en la rendant égale à  $n + 2$ <sup>1</sup>.

```
1 #include <iostream>
2 #include <cmath>
3
4 int main (int argc, char* argv[]) {
5     int n, k, somme, i ;
6     int sigma[100] ;
7
8     sigma[1] = 1 ;
9     std::cout << "sigma[1]=1\n" ;
10    for (n=2 ; n <= 100 ; n++) {
11        somme = 0 ;
12        for (k=1 ; k < n ; k++)
13            somme = somme+(-(n*n)+5*k*n-5*k*k)*sigma[k]*sigma[n-k] ;
14        sigma[n] = (12*somme)/(n*n*(n-1)) ;
15        std::cout << "premier(" << n << ") = " ;
16        std::cout << (sigma[n]==(n+1)) << "\n" ;
17    }
18
19    for (n=6 ; n <= 100 ; n=n+2)
20        for (i=3 ; i <= n/2 ; i=i+2)
21            if ((sigma[i]+sigma[n-i])==n+2) {
22                std::cout << n << " = " << i << "+" << n-i ;
23                std::cout << " est une décomposition de Goldbach de " << n << "\n" ;
24            }
25 }
```

---

1. On a découvert qu'inversement, il semblerait que les décomposants de Goldbach maximisent le produit des indicateurs d'Euler  $\varphi(p)\varphi(q)$ .