Rectangles (Denise Vella-Chemla, 26.4.2016)

Il faudrait réfléchir aux petits schémas comme celui ci-dessous :

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "+p"] \arrow[d, "+q"] & y \arrow[d, "+q"] \\ z \arrow[r, "+p"] & t \end{tikzcd}$$

Un tel schéma représente que $y = x + p, z = x + q$ et $t = (x + p) + q = (x + q) + p$.

On souhaite combiner ces schémas à des fonctions booléennes qui expriment le fait que x, y, z ou bien t sont divisibles ou pas par tel ou tel module premier p ou q.

On représentera cela directement sur le petit schéma, sans rajouter un niveau de flèche vers les booléens qui rendrait le dessin illisible.

On avait un peu étudié cela dans une note Fractales, symétrie et conjecture de Goldbach (p.6 et 7).

Il faudrait étudier les possibilités combinatoires qui lient deux tels schémas, l'un selon un module p, l'autre selon un module q, avec p et q premiers.

On a le schéma :

$$\begin{tikzcd} p|x \arrow[r, "+kp"] \arrow[d, "+q"] & p|y \arrow[d, "+q"] \\ p \nmid z \arrow[r, "+kp"] & p \nmid t \end{tikzcd}$$

si $p \wedge q = 1$.

Par exemple, $(x = 6, y = 18, z = 13, t = 25, p = 3, q = 7)$ est une instance de ce schéma.

Ces schémas sont à rapprocher des règles de congruences $a \equiv b \ (mod\ p)$ et $c \equiv d \ (mod\ p)$ si et seulement si $a + c \equiv b + d \ (mod\ p)$ et $ac \equiv bd \ (mod\ p)$ mais ils permettraient d'étudier également les inégalités, sur lesquelles on peut parfois se prononcer mais pas toujours.