

*Deviendrons-nous tous des produits ? (Denise Vella-Chemla, 7.8.18)*

Recherchant une démonstration de la conjecture de Goldbach, désespérément, on calcule ce que vaut, modulo  $n$ , le produit des décomposants de Goldbach de  $n$  inférieurs à  $n/2$  (c'est le reste de la division du produit en question par  $n$ ).

On calcule également ce que vaut le quotient de cette division. Ci-après le résultat de l'exécution du programme ainsi que le programme lui-même.

```
1 6 -> 3 = 3 (mod 6)
   flotte ? 0.5
2
3 8 -> 3 = 3 (mod 8)
   flotte ? 0.375
4
5 10 -> 15 = 5 (mod 10)
   flotte ? 1.5
6
7 12 -> 5 = 5 (mod 12)
   flotte ? 0.416666666667
8
9 14 -> 21 = 7 (mod 14)
   flotte ? 1.5
10
11 16 -> 15 = 15 (mod 16)
   flotte ? 0.9375
12
13 18 -> 35 = 17 (mod 18)
   flotte ? 1.944444444444
14
15 20 -> 21 = 1 (mod 20)
   flotte ? 1.05
16
17 22 -> 165 = 11 (mod 22)
   flotte ? 7.5
18
19 24 -> 385 = 1 (mod 24)
   flotte ? 16.0416666667
20
21 26 -> 273 = 13 (mod 26)
   flotte ? 10.5
22
23 28 -> 55 = 27 (mod 28)
   flotte ? 1.96428571429
24
25 30 -> 1001 = 11 (mod 30)
   flotte ? 33.3666666667
26
27 32 -> 39 = 7 (mod 32)
   flotte ? 1.21875
28
29 34 -> 2805 = 17 (mod 34)
   flotte ? 82.5
30
31 36 -> 7735 = 31 (mod 36)
   flotte ? 214.861111111
32
33 38 -> 133 = 19 (mod 38)
   flotte ? 3.5
34
35 40 -> 561 = 1 (mod 40)
   flotte ? 14.025
36
37 42 -> 13585 = 19 (mod 42)
   flotte ? 323.452380952
38
39 44 -> 273 = 9 (mod 44)
   flotte ? 6.20454545455
40
41 46 -> 5865 = 23 (mod 46)
   flotte ? 127.5
42
43 48 -> 124355 = 35 (mod 48)
   flotte ? 2590.72916667
44
```

```

1 50 -> 5187 = 37 (mod 50)
2   flotte ? 103.74
3 52 -> 1265 = 17 (mod 52)
4   flotte ? 24.3269230769
5 54 -> 391391 = 53 (mod 54)
6   flotte ? 7247.98148148
7 56 -> 741 = 13 (mod 56)
8   flotte ? 13.2321428571
9 58 -> 27115 = 29 (mod 58)
10  flotte ? 467.5
11 60 -> 19605131 = 11 (mod 60)
12  flotte ? 326752.183333
13 62 -> 1767 = 31 (mod 62)
14  flotte ? 28.5
15 64 -> 64515 = 3 (mod 64)
16  flotte ? 1008.046875
17 66 -> 5766215 = 59 (mod 66)
18  flotte ? 87366.8939394
19 68 -> 217 = 13 (mod 68)
20  flotte ? 3.19117647059
21 70 -> 374187 = 37 (mod 70)
22  flotte ? 5345.52857143
23 72 -> 12212915 = 59 (mod 72)
24  flotte ? 169623.819444
25 74 -> 313131 = 37 (mod 74)
26  flotte ? 4231.5
27 76 -> 170085 = 73 (mod 76)
28  flotte ? 2237.96052632
29 78 -> 142635185 = 17 (mod 78)
30  flotte ? 1828656.21795
31 80 -> 63973 = 53 (mod 80)
32  flotte ? 799.6625
33 82 -> 902451 = 41 (mod 82)
34  flotte ? 11005.5
35 84 -> 13147103255 = 83 (mod 84)
36  flotte ? 156513133.988
37 86 -> 223041 = 43 (mod 86)
38  flotte ? 2593.5
39 88 -> 101065 = 41 (mod 88)
40  flotte ? 1148.46590909
41 90 -> 818183948197 = 67 (mod 90)
42  flotte ? 9090932757.74
43 92 -> 22971 = 63 (mod 92)
44  flotte ? 249.684782609
45 94 -> 2437655 = 47 (mod 94)
46  flotte ? 25932.5
47 96 -> 1641671759 = 47 (mod 96)
48  flotte ? 17100747.4896
49 98 -> 21793 = 37 (mod 98)
50  flotte ? 222.37755102
51 100 -> 31350363 = 63 (mod 100)
52  flotte ? 313503.63

```

On constate que le quotient flottant est de partie décimale égale à  $1/2$  pour les doubles de premiers et pour eux seulement. Si on utilise les restes modulaires au fur et à mesure des multiplications, on obtient les quotients suivants dans l'intervalle  $[0, 1]$  (on note également le produit des complémentaires à  $n$  des décomposants).

On constate qu'alors le résidu modulaire du produit des décomposants de Goldbach de  $n$  inférieurs ou égaux à  $n/2$  vaut  $n/2$ . On vérifie qu'il n'y a pas de contre-exemples à cela jusqu'à 65912.

1 6 produit dg mod n = 3 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 3 flotte ? 0.5  
2  
3 8 produit dg mod n = 3 flotte ? 0.375 produit compl dg mod n = 5 flotte ? 0.625  
4  
5 10 produit dg mod n = 5 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 5 flotte ? 0.5  
6  
7 12 produit dg mod n = 5 flotte ? 0.416667 produit compl dg mod n = 7 flotte ? 0.583333  
8  
9 14 produit dg mod n = 7 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 7 flotte ? 0.5  
10  
11 16 produit dg mod n = 15 flotte ? 0.9375 produit compl dg mod n = 15 flotte ? 0.9375  
12  
13 18 produit dg mod n = 17 flotte ? 0.944444 produit compl dg mod n = 17 flotte ? 0.944444  
14  
15 20 produit dg mod n = 1 flotte ? 0.05 produit compl dg mod n = 1 flotte ? 0.05  
16  
17 22 produit dg mod n = 11 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 11 flotte ? 0.5  
18  
19 24 produit dg mod n = 1 flotte ? 0.0416667 produit compl dg mod n = 23 flotte ? 0.958333  
20  
21 26 produit dg mod n = 13 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 13 flotte ? 0.5  
22  
23 28 produit dg mod n = 27 flotte ? 0.964286 produit compl dg mod n = 27 flotte ? 0.964286  
24  
25 30 produit dg mod n = 11 flotte ? 0.366667 produit compl dg mod n = 19 flotte ? 0.633333  
26  
27 32 produit dg mod n = 7 flotte ? 0.21875 produit compl dg mod n = 7 flotte ? 0.21875  
28  
29 34 produit dg mod n = 17 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 17 flotte ? 0.5  
30  
31 36 produit dg mod n = 31 flotte ? 0.861111 produit compl dg mod n = 31 flotte ? 0.861111  
32  
33 38 produit dg mod n = 19 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 19 flotte ? 0.5  
34  
35 40 produit dg mod n = 1 flotte ? 0.025 produit compl dg mod n = 39 flotte ? 0.975  
36  
37 42 produit dg mod n = 19 flotte ? 0.452381 produit compl dg mod n = 19 flotte ? 0.452381  
38  
39 44 produit dg mod n = 9 flotte ? 0.204545 produit compl dg mod n = 35 flotte ? 0.795455  
40  
41 46 produit dg mod n = 23 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 23 flotte ? 0.5  
42  
43 48 produit dg mod n = 35 flotte ? 0.729167 produit compl dg mod n = 13 flotte ? 0.270833  
44  
45 50 produit dg mod n = 37 flotte ? 0.74 produit compl dg mod n = 37 flotte ? 0.74  
46  
47 52 produit dg mod n = 17 flotte ? 0.326923 produit compl dg mod n = 35 flotte ? 0.673077  
48  
49 54 produit dg mod n = 53 flotte ? 0.981481 produit compl dg mod n = 1 flotte ? 0.0185185  
50  
51 56 produit dg mod n = 13 flotte ? 0.232143 produit compl dg mod n = 43 flotte ? 0.767857  
52  
53 58 produit dg mod n = 29 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 29 flotte ? 0.5  
54  
55 60 produit dg mod n = 11 flotte ? 0.183333 produit compl dg mod n = 11 flotte ? 0.183333

```

1 62 produit dg mod n = 31 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 31 flotte ? 0.5
2
3 64 produit dg mod n = 3 flotte ? 0.046875 produit compl dg mod n = 61 flotte ? 0.953125
4
5 66 produit dg mod n = 59 flotte ? 0.893939 produit compl dg mod n = 59 flotte ? 0.893939
6
7 68 produit dg mod n = 13 flotte ? 0.191176 compl dg mod n = 13 flotte ? 0.191176
8
9 70 produit dg mod n = 37 flotte ? 0.528571 produit compl dg mod n = 33 flotte ? 0.471429
10
11 72 produit dg mod n = 59 flotte ? 0.819444 produit compl dg mod n = 59 flotte ? 0.819444
12
13 74 produit dg mod n = 37 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 37 flotte ? 0.5
14
15 76 produit dg mod n = 73 flotte ? 0.960526 produit compl dg mod n = 3 flotte ? 0.0394737
16
17 78 produit dg mod n = 17 flotte ? 0.217949 produit compl dg mod n = 61 flotte ? 0.782051
18
19 80 produit dg mod n = 53 flotte ? 0.6625 produit compl dg mod n = 53 flotte ? 0.6625
20
21 82 produit dg mod n = 41 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 41 flotte ? 0.5
22
23 84 produit dg mod n = 83 flotte ? 0.988095 produit compl dg mod n = 83 flotte ? 0.988095
24
25 86 produit dg mod n = 43 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 43 flotte ? 0.5
26
27 88 produit dg mod n = 41 flotte ? 0.465909 produit compl dg mod n = 41 flotte ? 0.465909
28
29 90 produit dg mod n = 67 flotte ? 0.744444 produit compl dg mod n = 23 flotte ? 0.255556
30
31 92 produit dg mod n = 63 flotte ? 0.684783 produit compl dg mod n = 63 flotte ? 0.684783
32
33 94 produit dg mod n = 47 flotte ? 0.5 produit compl dg mod n = 47 flotte ? 0.5
34
35 96 produit dg mod n = 47 flotte ? 0.489583 produit compl dg mod n = 49 flotte ? 0.510417
36
37 98 produit dg mod n = 37 flotte ? 0.377551 produit compl dg mod n = 61 flotte ? 0.622449
38
39 100 produit dg mod n = 63 flotte ? 0.63 produit compl dg mod n = 63 flotte ? 0.63

```

*Explication* : Pour les doubles de nombres premiers de la forme  $2p$ , comme  $p$  est un décomposant de Goldbach trivial de  $2p$ , le produit des décomposants de Goldbach est de la forme  $(2k + 1)p$  car tous les décomposants de  $2p$  autres que  $p$  étant impairs, leur produit est impair, et le produit de tous les décomposants de Goldbach est alors de la forme  $(2k + 1)p$  qui est congru à  $p \pmod{2p}$ .

Pour les pairs non doubles de premiers, le quotient  $x$  du produit des décomposants de Goldbach de  $n$  est égal au quotient du produit de leurs complémentaires à  $n$  si le nombre de décomposants de Goldbach est pair tandis que l'un est l'autre sont complémentaires à 1 ( $x$  et  $1 - x$ ) si le nombre de décomposants de Goldbach de  $n$  est impair.

```

1 from math import *
2
3 def prime(atester):
4     pastrouve = True
5     k = 2
6     if (atester == 1): return False
7     if (atester == 2): return True
8     if (atester == 3): return True
9     if (atester == 5): return True
10    if (atester == 7): return True
11    while (pastrouve):
12        if ((k * k) > atester):
13            return True
14        else:
15            if ((atester % k) == 0):
16                return False
17            else: k=k+1
18
19 for n in range(6,102,2):
20     produit = 1
21     for x in range(1,n/2+1,1):
22         if ((prime(x)) and (prime(n-x))):
23             produit = produit*x
24     s=str(n)
25     s+=" -> "; s+=str(produit)
26     s+=" = ";s+=str(produit % n);s+=" (mod ";s+=str(n);s+=")\n"
27     s+="   flotte ? ";s+=str(produit/float(n));
28     print(s)

```

Dans la mesure où on ne connaît pas la raison qui fait que le nombre de décomposants de Goldbach d'un nombre pair est pair ou impair, cette idée n'aide pas à faire avancer la compréhension.