Représentons un nombre pair $2x$ par le n-uplet de ses restes modulaires $(x_1, \dots, x_i)$ selon les modules premiers impairs $p_1, \dots, p_i$ inférieurs à sa racine (i est donc compris entre 1 et $\Pi(\sqrt{2x}) - 1$).

Quelle est la probabilité qu'un nombre a, représenté par le n-uplet de ses restes modulaires $(y_1, \dots, y_i)$ selon les mêmes modules, partage l'une de ses coordonnées avec $2x$?

Pour chaque module premier p_i pris indépendamment, la probabilité que le résidu modulaire de a (modulo p_i) soit égal à celui de $2x$ est $\frac{1}{p_i}$.
On applique l'identité de Poincaré lorsqu'on veut calculer la probabilité qu'au moins un événement, parmi plusieurs événements indépendants, se réalise.

$$\mathbb{P}\Big(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\Big) \;=\; \sum_{k=1}^{n} \mathbb{P}(A_k) - \sum_{i<j} \mathbb{P}(A_i \cap A_j) + \sum_{i<j<k} \mathbb{P}(A_i \cap A_j \cap A_k) - \ldots + (-1)^{n+1} \mathbb{P}(A_1 \cap \ldots \cap A_n) \;=\; \mathbb{P}$$

Appliquer l'identité de Poincaré permet de connaître la probabilité $\mathbb{P}$ que le nombre a partage l'une de ses coordonnées au moins avec $2x$.
Les premières valeurs que renvoie l'identité de Poincaré sont :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} = 0,4666$$
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{15} - \frac{1}{21} - \frac{1}{35} + \frac{1}{105} = 0,542857$$

Par programme, il semblerait que cette probabilité tende indéfiniment vers 1 sans jamais l'atteindre (dernière valeur trouvée : 0.925046 jusqu'à 10^9).
La probabilité complémentaire de celle-ci, i.e. $1 - \mathbb{P}$, qui représente le fait qu'un nombre ne partage aucune de ses coordonnées avec $2x$ n'est donc jamais nulle.
Pour contraindre également a à être premier, il faut multiplier $\mathbb{P}$ par $x/log(x)$ qui est la probabilité qu'un nombre inférieur à x soit premier.
Et on obtient ainsi pour un nombre pris dans l'intervalle de nombres $[3, x]$ une probabilité jamais nulle qu'il soit un décomposant de Goldbach de $2x$.
Ci-dessous, les résultats d'un programme qui calcule le rapport du "vrai" nombre de décomposants de Goldbach au nombre de décomposants calculé par la méthode ci-dessus, et qui montre clairement qu'un nombre divisible par 3 a en moyenne et de plus en plus quand on augmente les valeurs 2 fois plus de décomposants de Goldbach qu'un nombre qui n'est pas divisible par 3.

10 : 1.64447 / 2 = 0.822237
20 : 2.20718 / 2 = 1.10359
30 : 2.72056 / 3 = 0.906854
40 : 3.0478 / 3 = 1.01593
50 : 3.38641 / 4 = 0.846603
60 : 3.87148 / 6 = 0.645246
70 : 4.13099 / 5 = 0.826197
80 : 4.50019 / 4 = 1.12505
90 : 4.82097 / 9 = 0.535663
100 : 5.1023 / 6 = 0.850383

100 : 5.1023 / 6 = 0.850383
200 : 7.81177 / 8 = 0.976471
300 : 10.0544 / 21 = 0.478781
400 : 12.3504 / 14 = 0.882172
500 : 14.395 / 13 = 1.10731
600 : 16.366 / 32 = 0.511436
700 : 18.0132 / 24 = 0.750551
800 : 19.9547 / 21 = 0.950222
900 : 21.4741 / 48 = 0.447377
1000 : 23.3817 / 28 = 0.83506

1000 : 23.3817 / 28 = 0.83506
2000 : 38.7531 / 37 = 1.04738
3000 : 52.4172 / 104 = 0.504012
4000 : 65.0366 / 65 = 1.00056
5000 : 77.2606 / 76 = 1.01659
6000 : 88.7466 / 178 = 0.498577
7000 : 100.071 / 119 = 0.840931
8000 : 111.026 / 106 = 1.04742
9000 : 121.785 / 242 = 0.503242
10000 : 131.892 / 127 = 1.03852

10000 : 131.892 / 127 = 1.03852
20000 : 228.827 / 231 = 0.990594
30000 : 316.763 / 602 = 0.526184
40000 : 399.733 / 389 = 1.02759
50000 : 479.421 / 450 = 1.06538
60000 : 556.319 / 1084 = 0.513209
70000 : 631.454 / 719 = 0.878239
80000 : 704.599 / 652 = 1.08067
90000 : 776.35 / 1471 = 0.527771
100000 : 846.858 / 810 = 1.0455

100000 : 846.858 / 810 = 1.0455
200000 : 1507.13 / 1417 = 1.06361
300000 : 2118.2 / 3915 = 0.541046
400000 : 2698.77 / 2487 = 1.08515
500000 : 3261.01 / 3052 = 1.06848
600000 : 3805.26 / 6993 = 0.544152
700000 : 4342.27 / 4878 = 0.890175
800000 : 4862.08 / 4433 = 1.09679
900000 : 5365.44 / 9853 = 0.544549
1000000 : 5880.86 / 5402 = 1.08865