Petites idées (DV, 20/6/2015)

1) *Opérateur*

Où en est-on ? On commence lentement à essayer de raisonner en terme de matrices. On a plusieurs éléments qui semblent peut-être intéressants :

- il faudrait disposer d'une matrice triangulaire d'exponentielles. Les arguments des exponentielles seraient de la forme $\frac{2\pi no}{b}$, o variant de 1 à b, b variant de 2 à $n-1$;

- il faudrait déterminer si la matrice infinie contenant les exponentielles est donnée d'emblée ou bien si elle est construite incrémentalement. Pour augmenter la taille d'une matrice petit à petit, on a l'idée d'utiliser des matrices rectangulaires, comme ci-dessous, mais les contenus successifs laissent vraiment à désirer. Par exemple, pour obtenir une matrice 3×3, puis une matrice 4×4, on peut procéder ainsi mais on aimerait que les matrices résultantes restent triangulaires :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 & 0 \\ 5 & 5 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- on avait eu l'idée en avril 2014 d'amener l'axe des abscisses sur la droite du plan complexe de partie réelle 1/2 mais on utilisait des fonctions. Ce n'était pas du tout ce qu'il faudrait faire : il faudrait trouver un opérateur du plan complexe dans lui-même qui effectue la rotation.

- une rotation qui amènerait l'axe des abscisses sur l'axe des ordonnées et qui semblerait judicieuse de prime abord serait la rotation qui envoie l'angle θ sur l'angle $\pi/4 - \theta$. En inversant *cosinus* et *sinus* d'un angle, on dirait qu'elle "symétriserait bien". De plus, comme par extraordinaire, le cosinus et le sinus de $\pi/4$ valent $\sqrt{2}/2$ dont le carré vaut $1/2$.

  Le problème est qu'avec un tel opérateur, les zéros de l'axe des abscisses se retrouveraient sur l'axe des ordonnées alors qu'il faudrait également qu'ils subissent un décalage de leur partie réelle d'1/2 à droite pour se retrouver sur "la bonne droite" mais peut-être qu'alors, par ce "shift", on perd la linéarité ?