Bonne idée ? (Denise Vella-Chemla, 28.7.18)

La conjecture de Goldbach forte stipule que tout nombre pair supérieur à 6 est la somme de deux nombres premiers.

Ajouté le 29.7.2018
Il faut démontrer que pour tout n supérieur à 300, $\exists p, q$ premiers avec $p^2 + q = kn$ tels que $n - p$ premier.

Voici les quadruplets (n, p, q, k) pour n compris entre 16 et 100 (sauf pour $n = 44$), n non de forme triviale $2p$ avec p premier.

(16,5,7,2)	(50,3,41,1)	(78,7,29,1)
(18,7,5,3)	(52,23,43,11)	(80,13,71,3)
(20,3,11,1)	(54,7,5,1)	(84,5,59,1)
(24,7,23,3)	(56,3,47,1)	(88,41,79,20)
(28,5,3,1)	(60,7,11,1)	(90,7,41,1)
(30,7,11,2)	(64,11,7,2)	(92,3,83,1)
(32,3,23,1)	(66,7,17,1)	(96,7,47,1)
(36,7,23,2)	(68,31,59,15)	(98,19,31,4)
(40,3,31,1)	(70,3,61,1)	(100,11,79,2)
(42,5,17,1)	(72,5,47,1)	
(48,7,47,2)	(76,23,3,7)	

Ici est fourni le résultat d'un programme qui calcule les quadruplets jusqu'à 10^6 :

$$http://denise.vella.chemla.free.fr/quadruplets.html.$$

On peut résumer cette découverte ainsi : pour tout nombre pair n supérieur à 300, il semblerait qu'existe toujours un nombre premier p qui est un décomposant de Goldbach de n et qui est tel que $\sqrt{-p^2}\ (mod\ n)$ est un nombre premier.

Découvert le 28.7.2018
A la recherche d'une caractérisation des décomposants de Goldbach d'un nombre pair, on a découvert une propriété qui est vérifiée par l'un des décomposants de Goldbach au moins de tout nombre pair compris entre 300 et 10^6 et qui serait peut-être utilisable pour démontrer que tout nombre pair vérifie la conjecture de Goldbach.

On choisit un nombre premier p (parmi ceux qui ne sont pas des décomposants de Goldbach de n). On trouve la classe de congruence selon le module $n + 2$ de l'opposé du carré de p ($\equiv -p^2\ (mod\ n + 2)$, i.e. le nombre q compris entre 0 et $n + 2$ tel que $q - k(n + 2) = -p^2$).

Parfois, on a à la fois que p est un nombre premier, que q est également premier, et que p est un décomposant de Goldbach de $n + 2$.

Il faudrait être capable de démontrer (peut-être en utilisant la loi de réciprocité quadratique) qu'un tel nombre premier, dont l'opposé du carré est également premier, existe toujours (pour $n \geq 300$), et n'est jamais congru à $n + 2$, selon tout module premier inférieur à $\sqrt{n + 2}$ (cette incongruence entre p et $n + 2$ selon tout module inférieur à $\sqrt{n + 2}$ caractérise un décomposant de Goldbach de $n + 2$).

Ici est fourni le résultat d'un programme qui teste cette nouvelle idée :

$$http://denise.vella.chemla.free.fr/nouvellidee2871828.html.$$

Pour les seuls nombres inférieurs à 10^6 que sont $8, 12, 44, 104, 128, 152, 170, 212, 248$ et 296, on trouve bien un certain nombre de décomposants de Goldbach de $n + 2$ congrus à l'opposé du carré de p, mais aucun d'entre eux n'est premier.