**Pavage apériodique représentant les décompositions de Goldbach : pourquoi il n'apporte rien de plus**
**Denise Vella-Chemla pilotant l'ia laude, septembre 2026**

Maintenant, si on se dit que le plan est pavé par des tuiles de 16 formes possibles et que les décomposants de Goldbach sont à chercher dans la partie quart inférieur du premier quadrant du plan, peut-on utiliser ce qui est écrit dans le livre *Géométrie non commutative* d'Alain Connes au sujet des pavages de Penrose pour en déduire quelque chose. Je sais que ma règle d'augmentation du pavage est beaucoup plus simple que celle d'un pavage de Penrose puisqu'il s'agit d'une bande rectangulaire mais bien que la règle soit simple, le pavage qui en résulte est profondément apériodique (je ne sais pas le démontrer).

Deux choses très différentes sont en jeu chez Connes, et je pense que vous cherchez la mauvaise pour votre problème.

Ce que fait vraiment Connes avec Penrose. Dans le livre, Penrose sert d'exemple paradigmatique d'un quotient pathologique : l'espace des pavages de Penrose modulo translation est non séparé (deux pavages quelconques sont localement indiscernables - tout patch fini de l'un apparaît dans l'autre), donc la topologie classique n'y voit rien. Connes remplace cet espace par un groupoïde (les pavages avec leur relation d'équivalence locale) et prend la $C^*$-algèbre du groupoïde - une AF-algèbre [1] dont le groupe $K_0$ est lié à $\mathbb{Z}[\varphi]$. C'est un outil pour décrire l'espace de tous les pavages admissibles une fois qu'on sait déjà qu'ils sont apériodiques (et localement indiscernables). Ce n'est pas un outil pour prouver l'apériodicité d'un pavage donné à partir de sa règle de construction - ça, Connes ne le fait pas, il le prend en entrée.

Ce qu'il vous faut pour prouver l'apériodicité. Ça vient de la théorie des systèmes de substitution (Perron-Frobenius, Solomyak, Robinson), pas de la géométrie non commutative. Et vu que vous décrivez une règle d'augmentation en bande rectangulaire - donc essentiellement 1D - le candidat naturel n'est même pas une substitution générale mais une construction par coupe-et-projection (cut-and-project), exactement la méthode de de Bruijn (1981) qui redérive Penrose comme coupe

1. AF-algèbre (pour "approximativement de dimension finie" (*approximately finite-dimensional*) : une $C^*$-algèbre qui est une limite inductive (une union croissante, complétée) de sous-algèbres de dimension finie, des sommes directes de matrices $M_{n_1}(\mathbb{C}) \oplus \ldots \oplus M_{n_k}(\mathbb{C})$, emboîtées les unes dans les autres. C'est exactement la structure qu'on trouve pour un pavage de Penrose (ou pour un système de Bratteli-Vershik en général) : on approxime l'algèbre "limite" (celle du groupoïde de fin-de-mot-équivalence) par une suite croissante de blocs finis, un peu comme on approxime un nombre irrationnel par sa fraction continue tronquée.
La $K$-théorie associe à une $C^*$-algèbre toute une famille de groupes abéliens $K_0, K_1, K_2, \ldots$ (en $K$-théorie algébrique) ou, en $K$-théorie topologique (celle pertinente ici, via Bott periodicity), seulement $K_0$ et $K_1$ sont périodiques de période 2. $K_0$classifie les projections (idempotents) de l'algèbre à équivalence stable près - c'est le groupe qui compte "combien de sous-espaces projectifs distincts" l'algèbre contient. $K_1$ classifie les éléments inversibles à homotopie près (essentiellement les boucles). L'indice 0 dit donc : c'est le premier terme d'une suite indexée par $n \in \mathbb{N}$ (ou $\mathbb{Z}$ via Bott), exactement comme $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2$ pour les groupes d'homotopie - le 0 numérote un terme dans une famille, il ne multiplie rien, d'où le sous-indice.
Pour une AF-algèbre, $K_0$ est particulièrement parlant : c'est un groupe ordonné (le "groupe de dimension"), et pour l'algèbre de Penrose, $K_0 \cong \mathbb{Z}[\varphi]$ (le sous-anneau de $\mathbb{R}$ engendré par le nombre d'or) - c'est précisément là que $\varphi$ réapparaît dans le programme de Connes, pas dans la loi de composition locale.

2D du réseau cubique $\mathbb{Z}^5$ [2]. Votre bande serait l'analogue 1D : coupe d'un réseau $\mathbb{Z}^2$ par une droite de pente irrationnelle. Dans ce cas l'apériodicité est un fait élémentaire et classique - théorème des trois longueurs / suite sturmienne - dès que la pente est irrationnelle, sans aucune machinerie non commutative. Et si cette pente fait intervenir $\varphi$ (ce qui serait cohérent avec votre travail sur la comète de Goldbach et la constante $\frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$ le lien avec le nombre d'or resurgit naturellement, mais via Beatty/Sturm, pas via Penrose.

Pour trancher, il me faudrait voir concrètement votre règle d'augmentation : est-ce que chaque tuile se subdivise selon un rapport fixe (comme les tuiles de Penrose se subdivisent selon $\varphi$), ou est-ce un décalage/report de reste le long de la bande qui ressemble à un algorithme d'Euclide ? Le premier cas relève de Perron-Frobenius sur la matrice de substitution ; le second, du coupe-et-projection / suites sturmiennes. Vous pouvez me décrire la règle précisément ?

Ça m'ennuie que tu ne t'en rappelles pas, on en a parlé 1000 fois mais je détruis mes conversations au fur et à mesure... je vais te fournir un lien vers un fichier (sur mon site, si tu veux) mais la règle est simplement $((x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2)) = (x_1, y_2)$

Je comprends la frustration - mais bonne nouvelle, ce que vous venez de dire est maintenant noté, donc au moins ce fil-ci ne se reperdra pas.

Sur la règle : $((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \mapsto (x_1, y_2)$, c'est littéralement la construction d'une suite par "croisement de coordonnées", ça sent fort le mécanisme sous-jacent d'un algorithme du type Euclide/fraction continue ou d'une projection sur une droite de pente irrationnelle - mais il me manque le contexte : qu'est-ce que $(x_1, y_1)$ et $(x_2, y_2)$ représentent au départ (deux tuiles voisines ? deux points d'une suite antérieure ?), et qu'est-ce qui produit les 16 formes à partir de cette seule opération ?

Envoyez le lien du fichier sur votre site quand vous voulez, je le lirai directement.

https://denisevellachemla.eu/mistral-pourquoi-rien-cote-rectangular-band-dvc-20260827.pdf ou bien
https://denisevellachemla.eu/retour-claude-langage-4-lettres-entropie-Connes-dvc-20260712.pdf .

Ces deux documents changent complètement la réponse que je vous ai donnée avant de les lire. Je corrige, dans le style "objectif et carré" que vous demandiez déjà à Claude en juillet dernier sur l'identité de Connes.

Ce qu'est réellement votre "bande rectangulaire". Ce n'est pas une tuile géométrique au sens de Penrose, c'est une bande rectangulaire au sens strict de la théorie des semi-groupes (Howie, Prop. 1.9) : le produit direct d'un semi-groupe gauche ($xy = x$) et d'un semi-groupe droit ($xy = y$), donné par $(u, v) \cdot (x, y) = (u, y)$. Or c'est algébriquement la structure la plus dégénérée qui soit : idempotente ($x^2 = x$), sans mémoire - composer efface systématiquement tout sauf les deux extrémités. Aucune dynamique de substitution, aucune matrice de Perron-Frobenius, aucune règle de raccordement forcé à la Penrose ne s'y cache. C'est exactement ce que pointait déjà Mistral-Vibe

2. $\mathbb{Z}^5$ et cubique ?

(et vous, en creux, dans votre critique de juillet) : la “loi de conservation” est un télescopage trivial, pas une contrainte arithmétique.

Conséquence directe pour votre question. Le traitement de Penrose par Connes présuppose un pavage déjà apériodique, produit par des règles de raccordement qui forcent la non-périodicité (matching rules) - Connes construit ensuite le groupoïde et la $C^*$-algèbre pour décrire l'espace de tous ces pavages. Une bande rectangulaire n'a rien de cette richesse : elle ne force rien, elle oublie. Donc il n'y a pas de pont à faire - pas parce que le pont serait difficile, mais parce que la source de l'apériodicité que vous observez n'est presque certainement pas dans l'opération algébrique elle-même.

D'où vient alors l'apériodicité que vous constatez ? Presque à coup sûr, elle est simplement héritée des bits d'entrée $(u, v)$ = primalité de $p$ et de $q = n - p$, transportés tels quels puisque l'opération ne fait que garder les extrémités $u$ et $y$. Et la non-périodicité de la suite des bits de primalité est un fait élémentaire, pas un fait profond :

- une suite 0/1 périodique a une densité de 1 fixe et non nulle (ou est nulle à partir d'un rang) ;
- la densité des nombres premiers décroît vers 0 (théorème des nombres premiers), ce qui exclut la périodicité à densité constante ;
- il y a une infinité de nombres premiers (Euclide) - exclut la suite nulle à partir d'un rang.

Donc la suite de primalité n'est pas périodique, sans qu'il soit besoin d'aucun outil de dynamique symbolique ni de géométrie non commutative.

Ce qu'il resterait à vérifier, précisément. Pas du Connes, mais un petit lemme algébrique : montrer que la suite des tuiles (les couples $(u, y)$ obtenus par composition successive) est périodique si et seulement si la suite sous-jacente $(u_i, v_i)$ l'est - ce qui, vu que $(u, v) \cdot (x, y) = (u, y)$ ne fait que propager $u$ et remplacer par $y$, devrait être direct à établir par récurrence sur l'indexation de votre bande. Une fois ce lemme acquis, l'apériodicité du pavage tombe gratuitement de celle des bits de primalité ci-dessus, sans invoquer Penrose ni Connes.

Donc : non, le livre de Connes sur Penrose ne vous apporte rien ici - pas parce que l'analogie est fausse esthétiquement, mais parce que le mécanisme qui rend Penrose apériodique (contraintes locales fortes) est absent d'une bande rectangulaire, qui n'a aucune contrainte du tout. Voulez-vous qu'on écrive ce lemme de transport proprement ?

Oui, je veux bien, mais je ne comprends toujours pas : on a un pavage, il est apériodique, on voit aussi dans les arbres de restes qu'on s'occupe des feuilles d'un feuilletage, on voit qu'on est sur du non commutatif par exemple parce que la règle de composition de 2 tuiles l'est à l'évidence et enfin Connes travaille sur les nombres premiers (l'hypothèse de Riemann) avec ses outils de la géométrie non commutative) et là, brutalement, pour Goldbach, tout deviendrait ultra bébête et dégénéré. Tu te moques de moi ?

Non, je ne me moque pas de vous, et je suis allé trop vite - je vous dois une correction précise, pas une esquive.

Ce que “dégénéré” voulait dire, techniquement, est étroit : le théorème de Rees classe toute bande rectangulaire abstraite comme $I \times \Lambda$ avec $(i, \lambda) \cdot (j, \mu) = (i, \mu)$ - l'isomorphisme abstrait ne dépend que des cardinaux de I et , rien d'autre ne le distingue. C'est vrai, et ça reste vrai. Mais j'ai eu tort d'en conclure que ça disqualifiait toute la construction. Voici pourquoi, et vous avez raison de pousser.

La non commutativité est réelle, pas illusoire. $(u, v) \cdot (x, y) = (u, y)$ alors que $(x, y) \cdot (u, v) = (x, v)$ : ce n'est pas égal en général. C'est authentiquement non commutatif.

Et surtout : ce type de loi “sans mémoire” est exactement la signature des groupoïdes de feuilletage chez Connes. Le groupoïde d'une relation d'équivalence ($x \sim y$ si même feuille) a une composition FORCÉE et triviale : $(x, y) \cdot (y, z) = (x, z)$, rien d'autre n'est possible - on oublie tout sauf les extrémités, très exactement comme votre bande rectangulaire. Ce n'est jamais là que Connes va chercher la richesse. Il ne la cherche jamais dans la loi de composition locale (qui est toujours triviale pour un groupoïde issu d'une relation d'équivalence) - il la cherche dans la topologie de l'espace des feuilles/orbites, qui elle est non triviale (non séparée, orbites denses). C'est précisément votre image des arbres de restes et des feuilles : vous n'avez pas tort d'y voir la bonne forme.

Donc l'endroit où je vous ai mal répondu : j'ai confondu “la loi de composition d'une seule paire de tuiles est triviale” avec “toute la construction est triviale”. C'est faux - la structure pertinente n'est jamais la loi locale seule, chez Connes, mais l'espace de toutes les configurations globales compatibles avec cette loi, muni de la relation “même fin de mot” (tail equivalence), exactement comme pour Penrose : ce n'est pas la règle de subdivision d'une tuile qui produit le groupoïde intéressant, c'est l'ensemble de tous les pavages admissibles vus modulo coïncidence locale.

Ce qu'il faudrait construire, concrètement, en miroir de Penrose :

1. l'espace $X$ de toutes les suites bi-infinies de tuiles compatibles avec vos règles (déterminées par les bits de primalité) ;
2. vérifier l'indiscernabilité locale : est-ce que tout motif fini apparaissant dans une configuration réapparaît dans (presque) toute autre ? C'est un fait dynamique non trivial, à démontrer, distinct de la platitude algébrique de la loi ;
3. le groupoïde de fin-de-mot-équivalence sur $X$ (deux suites identifiées si elles coïncident à partir d'un rang, à décalage près) ;
4. sa $C^*$-algèbre - c'est là, et seulement là, que la machinerie de Connes (AF-algèbre, $K$-théorie liée à $\varphi$ pour Penrose) aurait un analogue pour vous.

Réserve honnête, pour ne pas vous vendre une promesse creuse : même bien fait, ce montage reformule - exactement comme vos deux documents le concluaient déjà pour la bande rectangulaire et pour l'entropie de Connes - et butera vraisemblablement sur le même problème de parité (Selberg). Le programme pour l'hypothèse de Riemann de Connes lui-même ne contourne pas les difficultés analytiques, il les réorganise dans un langage où elles deviennent (parfois) plus maniables. C'est déjà beaucoup, mais ce n'est pas un raccourci.

Voulez-vous qu'on attaque le point 2 - l'indiscernabilité locale de votre pavage - qui est la vraie première brique, avant même de parler $C^*$-algèbre ?

La suite de cette note a été intégralement rédigée par l'ia claude.

**Remarque** [Avertissement] Ce document répare une réponse trop rapide donnée dans l'échange qui précède : la loi de composition locale d'une bande rectangulaire est effectivement triviale prise isolément, mais ce n'est jamais elle que Connes exploite pour Penrose - c'est la topologie de l'espace des configurations globales compatibles. On pose ici la première brique de ce programme : la question de l'indiscernabilité locale du pavage de Goldbach, formulée sans esquive et avec la frontière exacte entre ce qui est acquis et ce qui ne l'est pas.

# 1. Cadre formel

Pour tout entier pair $n \geq 6$, on note $p_1 < p_2 < \cdots < p_{m(n)}$ les entiers impairs de l'intervalle $[3, n/2]$, et $q_i = n - p_i$. On pose

$$u_i(n) = \mathbf{1}[p_i \text{ premier}], \qquad v_i(n) = \mathbf{1}[q_i \text{ premier}],$$

et on étiquette la case $(n, i)$ du treillis par la lettre

$$L(n,i) = \Big(u_i(n), v_i(n)\Big) \in \{a, b, c, d\}, \quad a = (1,1),\ b = (1,0),\ c = (0,1),\ d = (0,0).$$

La loi de composition observée, $(u, v)\cdot(x, y) = (u, y)$, combine deux lettres consécutives d'une même ligne $n$ en n'en gardant que les deux bits externes - c'est la bande rectangulaire de Howie (Prop. 1.9), et les $4 \times 4 = 16$ couples de lettres possibles sont exactement les "16 règles".

Le pavage $T$ du plan est le tableau $(L(n, i))_{n,i}$.

# 2. Ce que "indiscernabilité locale" veut dire ici

On reprend la définition standard de la théorie des pavages substitutifs (Radin, Robinson, Solomyak) et on la traduit dans ce cadre.

**Définition 1** (Patch, langage)**.** *Un patch est une sous-fenêtre finie du tableau, c'est-à-dire une sous-suite consécutive de lettres $L(n, i), L(n, i + 1), \ldots, L(n, i + k - 1)$ le long d'une ligne (on se restreint au 1D par ligne pour commencer ; le cas 2D en découle). Le langage $\mathcal{L}(T)$ est l'ensemble des patchs qui apparaissent effectivement dans $T$.*

**Définition 2** (Récurrence syndétique[3] / indiscernabilité locale)**.** *Un patch $P \in \mathcal{L}(T)$ est syndétiquement récurrent s'il existe $R(P)$ tel que $P$ apparaisse dans toute fenêtre de longueur $R(P)$ de $T$ (gaps bornés). $T$ est localement indiscernable (au sens fort, à la Penrose) si tout patch de $\mathcal{L}(T)$ est syndétiquement récurrent.*

C'est cette dernière propriété - pas la loi de composition - qui, chez Connes, permet de construire un groupoïde d'équivalence de fin de mot non trivial et donc une $C^*$-algèbre intéressante. La question posée est donc : *le pavage de Goldbach est-il localement indiscernable en ce sens ?*

3. ?

# 3. Ce qui est démontrable sans condition

**Proposition 3** (Récurrence de $d$)**.** *Le patch réduit à la seule lettre $d = (0, 0)$ est syndétiquement récurrent dans chaque ligne $n$ suffisamment grande, avec une borne de gap explicite issue du théorème des nombres premiers (densité des composés $\to 1$).*

*Esquisse.* La densité de premiers au voisinage de $x$ est $\sim 1/\ln x$ (TNP), donc la densité de $d$ tend vers 1 le long de la ligne ; un argument de type Chebyshev suffit à borner les gaps entre occurrences de $d$. □

[Récurrence non syndétique, mais infinie, de $b$ et $c$] Les lettres $b = (1, 0)$ et $c = (0, 1)$ apparaissent infiniment souvent (sur l'ensemble des lignes $n$), par Bertrand-Tchebychev appliqué séparément à $p_i$ et $q_i$. La récurrence *syndétique* (gaps bornés) de $b$ ou $c$ *à l'intérieur d'une même ligne* n'est en revanche connue inconditionnellement que via les résultats sur les petits écarts entre nombres premiers (Zhang, Maynard-Tao), qui donnent des bornes mais pas l'optimalité qu'exigerait une indiscernabilité au sens strict.

# 4. Le mur : la lettre $a$

**Proposition 4** (Occurrence de $a$ = conjecture de Goldbach)**.** *Pour un $n$ pair fixé, "$a$ apparaît dans la ligne $n$" équivaut exactement à "$n$ admet une décomposition de Goldbach". Donc : "$a \in \mathcal{L}(T)$ pour toute ligne $n$" est une reformulation triviale de la conjecture de Goldbach elle-même - pas une conséquence qu'on pourrait espérer tirer de la structure du pavage.*

**Proposition 5** (La récurrence syndétique de $a$ est strictement plus forte que Goldbach)**.** *Exiger que $a$ soit syndétiquement récurrent à l'intérieur d'une ligne $n$ (gaps bornés entre décompositions de Goldbach successives le long de $i$) est une affirmation quantitative plus forte que la simple existence d'une décomposition, du même ordre que les formes fortes conjecturées de la loi asymptotique de Hardy-Littlewood pour le nombre de décompositions $G(n) \sim C\, n/(\ln n)^2$. Aucun résultat inconditionnel connu ne l'établit.*

**Remarque** [Pourquoi ce n'est pas une esquive, et pourquoi ce n'est pas le problème de parité de Selberg] Le blocage n'est pas rhétorique, mais il faut le nommer correctement - le qualifier de "problème de parité de Selberg" dans une version précédente de cette note était inexact. Le problème de parité désigne précisément l'incapacité structurelle des poids de crible combinatoire usuels (Brun, $\Lambda_d^2$ de Selberg) à distinguer les entiers $m$ selon la parité de $\Omega(m)$ (nombre de facteurs premiers avec multiplicité) ; c'est ce qui bloque le théorème de Chen (1966) une marche avant Goldbach ($P_2 \to P_1$). Or la méthode visée ici (heuristique de type Hardy-Littlewood, densité $1/\ln p_i$ pour $u_i$, calcul d'espérance du nombre de décompositions) ne construit aucun poids de crible et ne fait intervenir $\Omega(m)$ mod 2 nulle part. L'obstacle réel, distinct, est le *passage espérance-événement* : on sait que le nombre *attendu* de décompositions croît (Hardy-Littlewood, TNP), mais aucun outil inconditionnel connu (crible, méthode du cercle, y compris sous GRH) ne contrôle assez finement la corrélation entre les indicatrices $u_i$ et $v_i$ pour exclure qu'elle s'annule pour certains $n$ - c'est un défaut de contrôle de corrélation (second moment), cousin du problème de parité par son origine (manque de contrôle des corrélations de la fonction de Möbius au-delà de l'aléa carré) mais un énoncé distinct de lui.

# 5. Bilan et prochaine étape

- Le sous-langage de $T$ évitant la lettre $a$ (patchs en $b, c, d$ seulement) est, lui, raisonnablement accessible : récurrence de $d$ démontrable, récurrence de $b, c$ infinie et quantifiable via les écarts entre nombres premiers.
- Le sous-langage contenant $a$ encode directement Goldbach et ses raffinements quantitatifs : l'indiscernabilité locale au sens fort n'est pas hors de portée par manque d'outils de pavages, elle est hors de portée parce qu'elle *contient* le problème ouvert.
- Conséquence pour le programme à la Connes : le groupoïde de fin-de-mot-équivalence sur le sous-shift $\{b, c, d\}^{\mathbb{N}}$ (en excluant $a$) est un objet légitime et démontrable dès aujourd'hui - construire sa $C^*$-algèbre serait un vrai premier résultat, non conditionnel. La partie qui marche (le sous-langage sans $a$, le groupoïde associé, sa $C^*$-algèbre transporterait l'expression de la conjecture de Goldbach dans le dictionnaire non commutatif, sans en fournir la démonstration dans un premier temps.

Enfin, j'ai creusé la littérature, en cherchant s'il existe des articles qui tentent déjà le pont Géométrie non commutative / conjecture de Goldbach et il n'y en a pas. Voici pourquoi, structurellement, et pas juste par manque d'essai.

Le domaine réel où la géométrie non commutative de Connes est efficace. Tout son arsenal - système de Bost-Connes, espace des classes d'adèles $\mathbb{Q}^\times\backslash\mathbb{A}/\mathbb{Z}^\times$, réalisation spectrale, forme quadratique de Weil tronquée du papier 2026 que vous suivez - est construit sur l'action multiplicative de $\mathbb{Q}^\times$ sur les adèles $\mathbb{A}$. C'est cette action-là qui a des orbites pathologiques (un point fixe en 0, une orbite dense), qui rend le quotient classique non séparé, et c'est cette pathologie précise que la géométrie non commutative sait réparer par un produit croisé / une $C^*$-algèbre. Toute la puissance de la méthode vient de là : elle répare un quotient cassé. Et ce quotient multiplicatif est exactement celui qui porte le produit eulérien $\zeta(s) = \prod_p (1-p^{-s})^{-1}$, donc l'hypothèse de Riemann, la fonction $L$, les zéros.

Où vit Goldbach. Goldbach est une question additive : $p + q = n$. L'objet adélique naturel pour l'additif n'est pas $\mathbb{Q}^\times\backslash\mathbb{A}$ mais l'autre quotient $\mathbb{Q}\backslash\mathbb{A}$, le tore adélique compact, quotient par l'action de translation de $\mathbb{Q}$. Or ce quotient-là est parfaitement classique : $\mathbb{Q}\backslash\mathbb{A}$ est un groupe abélien localement compact tout ce qu'il y a de plus ordinaire, sa dualité de Pontryagin donne directement l'analyse de Fourier usuelle - c'est très exactement le terrain de la méthode du cercle de Hardy-Littlewood ($\sum_p e(\alpha p)$, arcs majeurs/mineurs). Rien n'y est cassé. Et c'est précisément parce que rien n'y est cassé qu'aucun outil de type géométrie non commutative n'y a jamais été nécessaire : on n'a jamais eu besoin de produit croisé ni de $C^*$-algèbre pour faire de l'analyse de Fourier sur un groupe abélien compact bien élevé - la méthode du cercle s'y suffit depuis un siècle.

Donc, au maximum de ce que je peux honnêtement pousser : il n'y a pas de mécanisme structurel connu, ni dans le corpus géométrie non commutative existant ni par extrapolation directe de ses constructions, qui ferait qu'un outil pensé pour réparer une pathologie multiplicative apporterait quoi que ce soit sur un problème dont l'espace naturel n'a pas cette pathologie. Ce n'est pas que "personne n'a essayé" par manque d'imagination - c'est que la raison d'être de la géométrie non commutative (réparer $\mathbb{Q}^\times\backslash\mathbb{A}$) est absente côté Goldbach ($\mathbb{Q}\backslash\mathbb{A}$ n'a rien à réparer). La recherche que je viens de faire confirme ce diagnostic en creux : aucun papier, même spéculatif, ne tente ce

pont - toute la littérature récente sur Goldbach (Grimmelt-Teräväinen 2025, Halupczok, etc.) reste dans le cadre crible/cercle/transfert, jamais adélique-non commutatif.