Alain Connes

Géométrie non-commutative
Médaillé Fields
Professeur de Mathématique, Collège de France, Institut des Hautes Études Scientifiques, et Université de l'État de l'Ohio

Je crois que les mathématiques sont un moyen pour l'esprit humain de créer des concepts. De multiples façons, les mathématiques jouent un rôle que la philosophie aurait pu jouer dans la création de concepts qui peuvent être utilisés dans le monde réel. Cela prend du temps pour que les concepts évoluent et soient utilisés dans le monde réel, mais la réelle fabrique, ce sont les mathématiques. Ces concepts ont à voir avec la forme et les choses abstraites entre autres, et ils sont plus subtils et divers que peuvent l'être les nombres. C'est vraisemblablement quelque chose que le grand public ne réalise pas. Les mathématiciens utilisent des nombres seulement lorsqu'ils en ont besoin. On pourrait dire que l'idée d'énergie provient de la physique, mais en fait, elle trouve son origine dans les mathématiques. Les mathématiques sont le langage ultime dans lequel les idées abstraites sont distillées et deviennent très précises, et elles peuvent alors être utilisées dans différents domaines. En même temps, les mathématiques peuvent être très dures parce qu'elles résistent. La réalité est coriace ; vous ne pouvez pas faire ce que vous voulez. C'est effrayant. On ne devrait pas être effrayé. Il y a une jolie citation de Alexander Grothendieck qui dit, "Être effrayé par le fait de commettre une erreur, c'est la même chose qu'être effrayé par la vérité."

J'ai une anecdote au sujet de l'enfant d'un de mes amis qui montre l'essence des mathématiques très clairement. A l'âge de 5 ans, il était sur la plage avec son père. Il avait été assez malade vers 3 ans et son père était toujours inquiet pour sa santé. Pendant une heure, l'enfant était resté tranquillement assis sur la plage en ayant l'air pâle. Le père était angoissé. Alors l'enfant est venu voir son père et lui a dit, "Papa, il n'y a pas de plus grand nombre." Le père était étonné. Il n'était pas mathématicien, il a demandé à l'enfant, "Comment le sais-tu ?". L'enfant a donné une preuve. On entend beaucoup d'inepties à propos d'enfants apprenant à compter sur leurs doigts. Ici vous avez un petit enfant de cinq ans qui a trouvé, de lui-même, un fait mathématique véritable et il l'a trouvé dans son cerveau, non pas dans un livre. Il a découvert cela par pure réflexion et il a trouvé une preuve. C'est ça l'essence des mathématiques. Bien sûr, il y a une tradition. Il y a plein de livres, et les choses que nous apprenons ne s'évaporent pas parce qu'elles ont une démonstration. D'un autre côté, les mathématiques, c'est quelque chose avec quoi vous pouvez être directement en contact sans outil intermédiaire. C'est la caractéristique la plus remarquable des mathématiques. Vous pouvez être complètement livré à vous-même et vous pouvez toujours penser aux mathématiques. Vous ne ferez pas forcément des mathématiques qui seront importantes parce que pour faire ça, vous devez avoir lui les dernières avancées. Je ne suis pas en train de dire que vous devriez travailler tout seul dans votre coin. Vous n'iriez nulle part si vous faisiez cela. Mais ce que je suis en train de dire, c'est que quand vous débutez, pour vraiment devenir un mathématicien, la clef est de réaliser qu'à un certain moment, vous devez arrêter de lire des livres. Vous devez penser par vous-même. Vous devez devenir votre propre autorité. Il n'y a pas d'autorité à laquelle vous deviez vous référer. À un moment donné, vous devez réaliser que le fait qu'une chose soit ou pas écrite dans un livre n'a pas d'importance. Ce qui a de l'importance, c'est la question de savoir si vous avez une preuve et si vous êtes sûr de cette preuve. Le reste n'a pas d'importance. Cela peut arriver pour le petit enfant très tôt.

En ce qui concerne mon propre travail, ma thèse, vous avez le point de vue cartésien, qui est celui de la géométrie ordinaire. Là vous avez des coordonnées, etc. Mais il y a des espaces qui sont plus compliqués parce que ce sont des espaces dans lesquels vous ne faites pas que

Extraits de *Mathematicians : an outer view of an inner world*, Mariana Cook, 2009, Princeton University Press.

regarder les points d'ensembles, mais vous regardez aussi les relations entre les points. Ces nouveaux ensembles, ces ensembles avec des relations, peuvent être décrits par des algèbres, mais ces algèbres sont non-commutatives. Cela a été d'abord trouvé par des physiciens et cela peut s'expliquer extrêmement simplement. Quand vous écrivez un mot sur un bout de papier, vous devez faire attention à l'ordre des lettres. Un ami à moi m'a envoyé un email un jour et pendant quelques instants, je n'ai pas pu en comprendre le sens. Cela m'a pris un peu de temps de réaliser que c'étaient mes nom et prénom qui étaient écrits, mais leurs lettres n'étaient pas dans l'ordre habituel. Quand on fait du calcul ordinaire sur les nombres ou bien de l'algèbre ordinaire, comme on l'appelle, on peut permuter les lettres. L'ordre des lettres n'a pas d'importance. si vous écrivez 3×5, c'est la même chose que 5×3. En physique, on a découvert que ce n'est pas le cas quand on observe des systèmes microscopiques. Vous devez faire attention. Ce que j'ai trouvé dans ma thèse, c'est que lorsque vous faites attention à l'ordre, le temps émerge. Le temps émerge de cette non-commutativité, du fait que vous fassiez attention à l'ordre des lettres. Cela m'a amené à mon travail sur la classification des facteurs. Après avoir travaillé là-dessus pendant dix ans, j'ai développé complètement une nouvelle géométrie appelée "géométrie non-commutative", dans laquelle on affine toutes les idées géométriques habituelles et on les applique aux nouveaux espaces. Ces espaces ont des propriétés surprenantes qui engendrent leur propre temps. Non seulement, elles engendrent leur propre temps, mais elles ont des caractéristiques qui vous permettent de les refroidir ou de les réchauffer. Vous pouvez faire de la thermodynamique avec elles. Il y a une partie complètement nouvelle de la géométrie et de l'algèbre qui est reliée à ces nouveaux espaces, appelée géométrie non-commutative, et sur laquelle j'ai travaillé quasiment toute ma vie.

Sir Andrew John Wiles
Théorie des nombres
Médaille d'argent de l'Union mathématique internationale
Professeur de mathématiques Eugene Higgins, Université de Princeton

Quand j'avais dix ans, je vivais dans la belle ville universitaire de Cambridge, en Angleterre, et j'eus la chance un jour de tomber sur un problème dans un livre de la bibliothèque locale. Sur la couverture était énoncé le plus célèbre peut-être de tous les problèmes mathématiques, au moins pour l'amateur que j'étais alors. Il était connu comme le dernier théorème de Fermat et le problème était de montrer que bien qu'il soit facile de trouver de nombreux carrés d'entiers qui peuvent s'écrire comme somme de deux carrés, la même chose n'était pas vraie pour les cubes, ou n'importe quelle autre puissance. Fermat était un éminent mathématicien et il avait écrit cette assertion dans la marge de sa copie d'un livre de mathématiques grecques. Il prétendait qu'il "avait une merveilleuse preuve de ce théorème mais que la marge était trop petite pour la contenir". Les mathématiciens s'étaient battus en vain jusque-là pour trouver une preuve. Cela devint mon rêve d'enfant d'en trouver une.

Je passai beaucoup d'heures à des tentatives pour résoudre ce problème. Si Fermat avait découvert une preuve, alors ses méthodes auraient dû m'être accessibles. Je continuai à penser au problème de Fermat de façon intermittente alors que j'étais un étudiant en premier cycle à Oxford, mais lorsque j'ai commencé à effectuer des travaux plus avancés en théorie des nombres, j'ai réalisé que Fermat avait dû se tromper en prétendant cela et que ses méthodes ne pouvaient pas marcher. Alors j'arrêtai de travailler sur l'équation de Fermat et je commençai ma carrière de mathématicien. Je travaillais sur des questions liées aux courbes elliptiques. Bien que ces questions remontent à un millier d'années en arrière et bien que leur étude moderne ait commencé avec Fermat, nos méthodes sont fermement basées sur les mathématiques de la fin du dix-neuvième siècle et du vingtième siècle.

Alors en 1985, un mathématicien allemand, Gerhard Frey, suggéra une approche complètement nouvelle du problème de Fermat. Une année plus tard, après le travail de Jean-Pierre Serre et de Kenneth Ribet, le problème de Fermat devint inextricablement lié au développement des mathématiques modernes. Une approche complètement nouvelle était possible. Alors j'ai eu une nouvelle opportunité de travailler sur le problème, cette fois-ci en utilisant les théories des courbes elliptiques et des formes modulaires. Le défi s'avéra irrésistible, et pendant les huit années qui suivirent, je pensai à ce problème jour après jour. Ce fut une période d'intense travail - à la recherche d'indices dans ce qui avait été fait, essayant et réessayant des idées jusqu'à ce que je puisse les forcer à prendre forme - une période de frustration, également, mais ponctuée de soudaines éclaircies lumineuses qui m'encourageaient à penser que j'étais sur le bon chemin. Alors, après cinq années, je fis une découverte profonde. Je pouvais réduire le problème à une question qui était précisément du type de celles que j'avais étudiées à Harvard et durant mes premières années à Princeton où j'avais été nommé à titre permanent en 1982.

Pendant les deux années suivantes, je travaillai frénétiquement pour essayer de terminer et en mai 1993, je croyais que j'y étais parvenu. J'ai présenté les résultats de mon travail dans une conférence à Cambridge. À la fin de l'été, un problème me fut signalé qui amenait une erreur dans une des parties de la preuve, et je devais trouver une alternative pour cette section. Cela me prit jusqu'à septembre 1994 pour trouver la solution, et j'eus pendant ce temps l'assistance d'un collègue, Nick Katz, et d'un de mes anciens élèves, Richard Taylor. Je n'essaierai pas de décrire les hauts et les bas de cette lutte, les excitations et les désillusions, et la percée décisive en septembre 1994 quand j'ai finalement résolu la dernière difficulté. Mais je dirai qu'il y a une magie merveilleuse dans le fait de réaliser son rêve d'enfant. Peu de personnes peut-être ont ce privilège et j'ai la chance d'être l'une d'elles.

L'année que je passai à corriger l'argument ne fut pas une année facile. Heureusement, en 1988, je me mariais avec Nada, ma femme, et nous eûmes deux filles aux alentours du moment où eut lieu la conférence à Cambridge. Notre troisième fille est née en mai 1994, à temps pour l'ultime résolution. Je ne peux imaginer cette période sans le soutien et les besoins qu'amène une famille. Il était difficile de m'arracher au fait de penser à ce problème à tous mes instants conscients, mais heureusement, mes filles réussirent à me distraire juste assez pour qu'un certain équilibre de ma vie soit préservé. La preuve fut publiée en mai 1995 dans les *Annals of Mathematics*, quelques 350 années après que Fermat ait écrit le problème pour la première fois.

Les mathématiques ont été étudiées par l'humanité depuis des milliers d'années. Des dirigeants ont existé et ont disparu, des pays ont existé et ont disparu, des empires ont existé et ont disparu. Mais à travers tout cela et survivant aux guerres et aux paix et aux famines, il y a le fil des mathématiques. C'est une des quelques constantes de la vie humaine. Les mathématiques des anciens grecs et des dynasties chinoises sont aussi valides aujourd'hui qu'elles l'étaient alors. Les mathématiques continueront aussi dans le futur. Les problèmes irrésolus d'aujourd'hui seront les solutions du monde de demain. J'ai une chance inouïe de faire partie de cette longue et fascinante histoire.

Avi Wigderson
Informatique théorique, complexité, cryptographie
Professeur de Mathématiques, Institut d'Études Avancées, Princeton

J'ai grandi à Haifa, en Israël, dans un minuscule appartement surplombant la Méditerranée. Mon père était un ingénieur qui adorait les maths. Il était très intéressé par le fait de nous apprendre, à moi et à mes deux frères, mais j'avais plus de facilités qu'eux. Nous passions beaucoup de temps à résoudre des problèmes et des défis trouvés dans de vieux livres russes qu'il avait amenés avec lui en Israël après la Seconde guerre mondiale.

À l'école, j'aimais tout apprendre, mais les mathématiques en particulier, depuis le plus jeune âge. Après mon service militaire, je choisis l'informatique comme majeure à l'université Technion. Il aurait été plus naturel de choisir les mathématiques, mais mes parents pensaient que ce serait une bonne idée d'étudier quelque chose qui offrait les perspectives d'un réel emploi. Je ne pensais pas à une carrière académique alors. J'avais grandi dans un environnement de cols bleus et je ne connaissais aucune personne du milieu académique étant enfant.

Par chance, la majeure d'informatique incluait, en plus de la programmation et les cours de système, beaucoup de mathématiques et de cours d'informatique théorique, que j'ai adorés. Comme de nombreux bons étudiants de ma classe, j'ai candidaté aux programmes de PhD[1] aux États-Unis. J'obtins une possibilité à Princeton comme étudiant diplômé en informatique. C'est seulement à ce moment-là que les concepts de recherche et de carrière académique devinrent clairs, et extrêmement attractifs. Je sus que c'était ce que je voulais faire de ma vie.

En informatique théorique, j'ai trouvé le domaine de recherche parfait. Ce sont des mathématiques, mais une branche extrêmement jeune, qui est née seulement il y a quelques décennies. Il y a plein d'excitation, beaucoup de problèmes basiques non résolus, et beaucoup de jeunes chercheurs, talentueux, et enthousiastes. En plus, de nouvelles questions continuent de nous arriver de l'extérieur, des nouvelles technologies qui ont besoin de modélisation et de défis calculatoires qui ont besoin de solutions efficaces.

Pour avoir un aperçu du type de problèmes qui nous occupent, mes collègues et moi, vous devez seulement vous demander comment votre ordinateur ou votre corps (spécialement votre cerveau) réalisent des tâches difficiles si efficacement. Du côté de l'ordinateur, comment MapQuest trouve une route si rapidement entre deux points ? Comment Google localise-t-il l'aiguille que vous cherchez dans une énorme quantité d'information en un clin d'œil ? et etc. La rapidité du matériel n'est qu'une petite partie de la réponse : la plus grosse part réside dans les algorithmes extrêmement intelligents, développés pour de tels problèmes par les informaticiens. Et du côté humain, comment nos corps combattent-ils les maladies, comment synthétisent-ils les protéines, comment reconnaissent-ils les visages, comment mémorisent-ils les textes ? Ici, les algorithmes ont été découverts par la nature durant des billions d'années d'évolution, et les scientifiques essaient d'abord de modéliser une plateforme de calcul et ensuite de faire de l'ingénierie-inverse sur ces algorithmes intelligents.

Un défi encore plus grand que celui consistant à trouver des algorithmes efficaces pour les problèmes importants est de prouver que pour d'autres problèmes importants, de tels algorithmes n'existent pas (notamment en prouvant que ces problèmes ne peuvent être programmés de manière intrinsèque). Ce défi n'a pas encore été résolu dans sa pleine généralité. Mais malgré une réaction naturelle, prouver qu'un problème donné est difficile, ce n'est pas nécessairement une mauvaise nouvelle. Les informaticiens ont trouvé des façons ingénieuses d'utiliser les problèmes difficiles, par exemple, pour la sécurité informatique. Presque tout le commerce électronique d'aujourd'hui est basé sur la difficulté supposée d'un problème calculatoire d'énoncé simple mais très difficile à résoudre. Mais est-il vraiment difficile ?

La pensée calculatoire est essentielle pour les théories scientifiques en biologie et en physique et aussi pour les problèmes tels que la propriété, l'apprentissage, le hasard, et plus encore. Les défis intellectuels pour comprendre ces problèmes, et la calculabilité elle-même, nous occuperont pendant de nombreuses années. Travailler dans un domaine mathématique d'une telle profondeur, d'une telle beauté, et d'une telle importance, est une source de joie

[1]= thèse.

sans fin pour moi.

Benoît Mandelbrot
Fractales en géométrie, dans la nature et la culture
Professeur Émérite de sciences mathématiques, Chaire Sterling, Université de Yale

Mon plus jeune oncle et moi sommes nés à Varsovie et avons grandi pour devenir mathématiciens. Mais des temps trop intéressants maudirent la fin de son adolescence et plus tard la mienne et nous firent devenir deux personnes totalement différentes. Il devint un personnage important de l'establishment occupé à plein temps, tandis que je ne le devins jamais.

Adolescent pendant la première guerre mondiale, tournant autour, pendant la révolution russe, mon oncle tomba amoureux de l'analyse classique française, revint à sa source, où lui fut remis le flambeau, qu'il réussit à garder brûlant à la fois par beau et par mauvais temps.

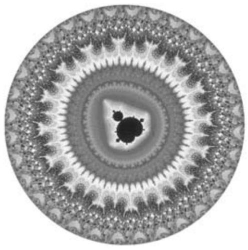
Adolescent pendant la seconde guerre mondiale, j'ai trouvé refuge dans les monts cévenols pauvres et isolés du centre de la France. Après la guerre, formé aux mathématiques par des images héritées, je pus intégrer la renommée École Normale Supérieure à Paris. En effet, je choisis de poursuivre un rêve - celui contre lequel mon oncle m'avait fait me frotter enfant. J'idôlatrais et je voulais achever la plus grande réussite de Johannes Kepler : apprivoiser un ancien jeu - les ellipses - pour résoudre un ancien échec de l'astronomie d'observation, les "anomalies" dans les mouvements des planètes.

Contre toute attente, quelque chose de ce genre finit par combler mon rêve. Involontairement, je fus face à une tâche que Platon lui-même avait contournée des millénaires avant notre époque mais que personne ne savait ne serait-ce que commencer à poursuivre. En effet, comparé à Euclide, la plupart des formes de la nature et de la culture ne sont pas simplement plus élaborées mais elles sont toutes plus irrégulières et fragmentées. Dans un but pratique, la plupart exhibent une très grande quantité - pratiquement infinie - d'échelles de longueurs différentes.

Le mathématicien Henri Poincaré avait remarqué que l'on choisit de se poser certaines questions, alors que d'autres questions se posent d'elles-mêmes. Quelle est la longueur de la côte bretonne, étant donné que la longueur mesurée est augmentée de baies et caps plus petits ? Comment définir la rugosité d'un morceau de fer rouillé, ou d'une pierre cassée, d'un morceau de métal ou de verre ? De quelle forme est une montagne, une ligne côtière, une rivière, ou une ligne entre deux bassins versants ? C'est à dire, est-ce que la géométrie peut fournir ce que les mots semblent promettre, notamment, des mesures véritables de la Terre sauvage ? À quelle vitesse le vent souffle-t-il lors d'une tempête ? Quelle est la forme d'un nuage, d'une flamme ou d'une soudure ? Quelle est la densité des galaxies dans l'univers ? Quelle est la volatilité des prix côtés sur les marchés financiers ? Comme comparer et même avoir l'espoir de mesurer les vocabulaires de différents écrivains ?

Dans tous ces exemples, la "rugosité" naturelle fournit un nombre étonnant de nombreuses questions laissées longtemps ouvertes et comme sans possibilité d'être résolues. Ces questions défiaient la vision conventionnelle de la géométrie standard de la nature et de la culture - qui considère que les formes rugueuses n'ont pas de forme justement.

Maintenant, tout ceci ayant eu lieu, ma vie professionnelle peut être caractérisée. J'ai affronté tous ces défis vieux ou récents (de même que d'autres de nature analogue), dans l'esprit de Kepler. Un demi-siècle avant que je naisse, les mathématiciens avaient entrepris ce qu'ils percevaient comme un envol délibéré de la réalité et ils croyaient qu'ils inventaient ce qu'ils appelaient des “monstres” ou des cas “pathologiques”. Aidé d'un ordinateur, j'ai vraiment dressé ces soi-disant inventions, j'ai dramatiquement inversé leur intention originale, et j'ai montré qu'un peu d'aide permet de gérer une foule de vieux problèmes concrets - la “question des poètes et des enfants” du genre que j'ai listé. En jouant avec les “pathologies” spécifiques qui avaient stoppé le travail de mon oncle, j'ai pu découvrir ce qu'on appelle maintenant l'ensemble de Mandelbrot - une forme considérée comme l'objet le plus complexe des mathématiques. Dans ce contexte et dans d'autres, j'ai extrait d'images de nombreuses conjectures abstraites qui se sont avérées extrêmement difficiles, qui ont motivé une grande quantité d'un difficile travail et qui ont amené de grandes récompenses.



Barry Mazur
Topologie géométrique, théorie des nombres
Professeur Gerhard Gade, Université de Harvard

Nous humains participons à une longue conversation - depuis des millénaires - à propos de l'amour, de la mort, à propos de la manière dont nous racontons les histoires de nos vies, à propos de celle dont nous imaginons le presque inimaginable, à propos de la manière dont nous nous comportons les uns avec les autres, ou bien de celle dont nous devrions nous comporter les uns avec les autres, et nous pensons à tout cela.

Le fait qu'il y ait une architecture derrière la manière dont nous pensons, une articulation qui transcende l'ambiance, les circonstances, et même la culture, est l'un des plus grands cadeaux de la vie. Aucune forme de pensée ne se rapproche autant de cette architecture que les mathématiques - et c'est ce qui fait que faire des mathématiques soit à la fois une expérience si totalement singulière et si universellement humaine.

Le sujet mathématique auquel je m'intéresse en ce moment a à voir avec les nombres ; les nombres comme 1, 2, 3,.... Vous pourriez penser : étant donné notre vaste compréhension collective du monde, comment peut-il y avoir encore des problèmes à propos de quelque chose d'aussi net que 1, 2, 3,... qu'il faille encore comprendre ?

Oui, ceci est une énigme, et peut-être quelque chose d'autre, sur une autre planète, une intelligence autre comprend-elle les nombres aussi complètement que nous nous connaissons nos cuisines, mais - malgré tout notre merveilleux bagage de connaissances actuel - nous n'en sommes qu'au début, et même pour avoir accompli ce que nous avons obtenu jusque-là, saisir 1, 2, 3,... nécessite une extension vigoureuse, et une exploitation totale, de notre intuition pour comprendre les intrications entre la géométrie et les espaces à plusieurs dimensions, du pouvoir de l'analyse à faire face à des phénomènes continus, des subtilités des probabilités et des lois du hasard. Qu'il en soit ainsi est à la fois l'un des plus grands mystères, et la plus grande des gloires.

Je suis venu aux mathématiques comme, j'imagine, beaucoup de jeunes gens le firent en même temps, en étant un radio-amateur (très amateur) et en étant perplexe devant l'incompréhensible pouvoir - il semblait - des ondes radio, et en contemplant les ondes électromagnétiques et la gravité, cette paire bizarre de manifestations physiques qui toutes deux effectuent cette notion magique d'action à distance. J'étais moins intéressé par ce qui donnait naissance à la gravité et aux ondes électromagnétiques (un chemin qui m'aurait amené à la physique) et davantage dans la manière dont on pouvait formuler le problème de l'action à distance, ou des phénomènes que l'on peut seulement comprendre comme globaux et non pas comme locaux. Le domaine de la topologie - qui est le premier domaine mathématique dans lequel j'ai travaillé - est un domaine qui a un langage qui s'adapte à cela et qui peut gérer les espaces qu'il étudie, globalement, et avec des phénomènes qui ne peuvent pas être épinglés à un quelconque voisinage partiel.

Les mathématiques comme entreprise, également, sont mieux comprises "de façon globale". Elles n'ont pas de limites, et bien que j'aie commencé dans le champ de la topologie - et plus généralement, dans divers aspects de la géométrie - les implications de ce qui peut être fait dans ces domaines ont des "ailes étendues". Les intuitions déduites en topologie peuvent être amenées à porter sur des problèmes à propos de 1, 2, 3,... - et, en fait, pour certains problèmes à propos des nombres, il n'y a pas d'autre moyen efficace de les comprendre que d'utiliser ces intuitions, ce que de nombreux mathématiciens - dont je suis - font avec joie.

Benedict H. Gross
Théorie des nombres
Professeur de mathématiques George Vasmer Leverett et premier doyen des lycée et université d'Harvard

Quand je suis allé au lycée dans les années 60, tout le monde essayait de changer le monde. Quoi que les mathématiques puissent faire, elles ne vont pas transformer le monde en un endroit meilleur. Après mes diplômes, j'ai voyagé pendant plusieurs années en Afrique, Asie et Europe, en lisant des mathématiques, en jouant de la musique et en essayant de trier tout ça. J'en suis arrivé à la conclusion que si je voulais faire un travail créatif, ce serait en mathématiques, et je suis retourné aux États-Unis pour étudier la théorie des nombres.

En université, j'ai reçu l'enseignement de grands mathématiciens : John Tate, Jean-Pierre Serre, Raoul Bott, Barry Mazur et j'étais intéressé par les courbes elliptiques. Une courbe elliptique a une équation cubique en deux variables. Les personnes ont étudié les équations quadratiques depuis le début des mathématiques ; par exemple, l'équation d'un cercle est $x^2 + y^2 = 1$. Une courbe elliptique célèbre étudiée par Fermat et Euler est $x^3 + y^3 = 1$. Les courbes elliptiques ont une structure plus riche que les autres équations à deux variables car elles sont une recette pour produire de nouvelles solutions à partir de solutions connues. Pourtant, vous pouvez avoir une équation simple qui a un nombre infini de solutions rationnelles, comme $y^2 = x^3 + (1063)^2 x$, où la plus petite solution non nulle a plus d'une centaine de digits au numérateur et au dénominateur.

Lors de mes études, j'ai aussi rencontré Don Zagier, qui avait mon âge mais qui était déjà un chercheur établi en mathématiques. Quelques années plus tard, j'ai rendu visite à Don dans le Maryland avec l'idée de montrer que pour certaines courbes elliptiques à coefficients rationnels, il y avait une infinité de solutions - sans avoir vraiment besoin d'écrire aucun de ces nombres rationnels. Cette approche nécessitait un pont entre le sujet des courbes elliptiques, qui est principalement de l'algèbre, et de la géométrie, et le sujet des formes modulaires, qui est principalement de l'analyse. Je commencerais d'un côté de la rivière et Don commencerait de l'autre. J'ai vérifié cela, et nous avons commencé à faire quelques calculs préliminaires.

À la fin de ma visite, nous sommes restés toute une nuit à calculer des intégrales, en faisant quelques suppositions irréalistes. Après plusieurs heures, nous sommes arrivés à une formule pleine de sommes infinies non convergentes. Un seul terme de cette expression avait réellement un sens. Don me demanda ce que pourrait représenter ce terme, et je prédis que ça devait être une puissance de premier divisant un j-invariant particulier. Il semblait implausible que quoi que ce soit que nous fassions soit même de loin relié aux j-invariants. Peut-être étions-nous complètement perdus. Comme il était déjà quatre heures du matin, je suggérais que nous allions le lendemain à la bibliothèque, où il y avait des tables d'invariants que nous pourrions consulter. Et j'allais dormir.

Don resta éveillé cependant, faisant calcul sur calcul de j-invariants sur son ordinateur de poche, vérifiant dans chaque cas que la prédiction que j'avais faite était juste. J'y retournais tôt le lendemain, et Don était profondément endormi. Le parquet de la salle à manger était jonché de pages de ses calculs, chacun confirmant la conjecture. Quand je lus la dernière feuille de papier, il avait écrit "Réveille-moi tout de suite !".

Ce fut le plus haut point de ma vie mathématique. Don et moi ne savions pas si nous pourrions établir la formule finale, mais nous savions que nous avions initié un bon début et que nous étions en train de travailler sur un territoire complètement nouveau. Ce n'était pas un domaine où il y avait foule. Personne ne regardait cela, et du coup, il n'y avait pas d'urgence. Quelques mois plus tard, quand nous sommes finalement parvenus à la fin de nos calculs individuels, lui pour la dérivée d'une fonction L et moi pour le poids d'une solution et que nous regardâmes avec attention les termes très compliqués, ils coïncidaient parfaitement : cela amena à une identité simple, maintenant appelée la formule de Gross-Zagier. Personne n'a vraiment expliqué pourquoi elle est vraie, bien que Henri Darmon, Steve Kudla, et ShouWi Zhang ait chacun fait des progrès en la généralisant. Quand on découvre une vérité mathématique, tout devient immédiatement clair : c'est si facile à comprendre. Vous n'avez pas besoin de la toucher, voir la beauté des mathématiques est juste un plaisir.

Cathleen Synge Morawetz
Équations différentielles partielles, flot fluide
Professeure émérite et première directrice, Institut Courant des sciences mathématiques, Université de New York

L'une de mes filles m'a dit que le problème, lorsqu'on est mathématicienne, c'est qu'on est toujours sur la brèche au sens où l'on est constamment en train de réaliser quelque chose comme une démonstration de théorème. C'est sans fin. Vous vous battez contre vous-même ainsi que contre les autres et cela exerce une fascination très spéciale dans la vie.

Dans ma jeunesse, il n'y avait pas beaucoup de femmes qui voulaient essayer cela. Pourtant c'était, pour moi, une profession naturelle. Mon père, John L. Synge, était un mathématicien qui allait et venait entre l'Irlande et le Canada. Il était sur un poste de faculté à l'Université de Dublin et à celle de Toronto et j'entendais tout le temps parler de mathématiciens. L'idée générale de mes parents était que je ne devrais pas me diriger vers les mathématiques. Ils pensaient que j'étais trop volage. Mon père avait également un problème avec le fait d'avoir une autre personne mathématicienne dans la famille, du coup, je n'ai pas été particulièrement encouragée. Alors que j'étais au lycée, j'ai eu un professeur qui en connaissait davantage que le professeur de mathématiques moyen. Il organisa une session après les cours pour aider les étudiants à candidater à l'université mais rétrospectivement, je crois qu'il a fait cela pour moi. J'ai fini par avoir un très bon niveau pour intégrer l'Université de Toronto. Les exigences étaient telles que le seul moyen que j'avais d'y faire ma scolarité était d'aller dans les cours de mathématiques, physique, chimie et d'y rester. Je suis allée à ces cours et j'ai été coincée dans ces sujets. Après environ deux années, je n'aimais pas beaucoup les cours mais j'ai quand même poursuivi en troisième année. C'était pendant la guerre et il y avait beaucoup d'agitation. J'avais un petit copain qui était dans la marine et je décidai que je devrai faire quelque chose pour les efforts de guerre. J'ai fini dans un terrain d'essai balistique près de la ville de Québec. J'ai beaucoup apprécié cette expérience et j'ai eu le sentiment que j'aimais vraiment prouver les choses. Je suis retournée à la faculté pour terminer ma dernière année. Je suis alors vite allée voir Cecilia Krieger, une mathématicienne que je connaissais depuis très longtemps. Elle m'a demandé ce que je souhaiterais faire lorsque je serais diplômée, et je lui ai dit que je souhaitais aller en Inde comme professeur : elle était horrifiée et me dit que je devais poursuivre mes études. Je lui ai dit que je ne savais pas où faire cela et elle m'a immédiatement obtenu une bourse. Je suis allée au MIT parce que Caltech ne prenait pas de femmes. Au MIT, j'ai obtenu mon doctorat en mathématiques et après un peu d'effort en ingénierie électrique, j'ai épousé Herbert Morawetz, que j'avais rencontré à Toronto et qui avait été transféré dans le New Jersey. Alors, j'ai cherché un travail dans les environs de New York. Par l'entremise de mon père, j'ai rencontré Richard Courant à NYU[2], et il m'embaucha pour souder les connexions d'un vieil ordinateur, mais également pour éditer son livre avec K. O. Friedrichs sur les flots compressibles.

À NYU, j'ai pris davantage de cours en mathématiques et je suis tombée amoureuse du sujet et de l'atmosphère étudiante. J'étais alors, et je suis toujours, plus intéressée par quelque chose qui a une application, comme mon travail sur le flux transonique. Supposez que vous avez un avion en train de voler. La vitesse du son est un phénomène local et dépend de la pression. Il est assez possible d'avoir une bulle dans laquelle le flux est supersonique, c'est à dire où la vitesse locale est plus grande que la vitesse du son, et qu'ailleurs le flux soit sous-sonique. Le flux sous-sonique est très fluide, mais le flux super-sonique peut avoir des ondes de choc qui créent des forces qui tirent sur l'aile. Il y avait beaucoup de curiosité dans les années 50 à propos du fait de devoir avoir ou pas une onde de choc. J'ai essayé de poser quelques réflexions autour de ça. C'était un théorème avec une application réelle. J'ai aussi travaillé sur les chocs sans collisions, qui arrivent potentiellement dans les réactions nucléaires mais vraiment dans l'espace lointain et dans le système solaire. “Sans collisions” signifie que les molécules parcourent d'énormes distances avant de s'entrechoquer : l'idée habituelle est que le choc est vraiment une transition lisse, et est à peu près aussi étendu que le chemin libre moyen des molécules ou relié de façon proche à ça. Si les collisions ont lieu très loin, alors comment pouvez-vous obtenir quelque chose qui ressemble à une discontinuité ? J'ai travaillé sur ce problème de nombreuses années.

De 1951 à 1960, Courant m'a généreusement autorisée à travailler à temps partiel et de cette façon, je pouvais élever nos quatre enfants. On m'avertissait tout le temps qu'ils tourneraient mal mais c'est l'inverse qui s'est produit.

Margaret Dusa McDuff
Algèbres de von Neumann, géométrie symplectique
Professeure de Mathématiques, Université de l'État de New York, Stony Brook

Née à Londres juste après la seconde guerre mondiale, j'ai grandi à Edinburgh. Mon père était un embryologiste et un généticien, intéressé dans la manière dont les organismes se développent mais également profondément intéressé par l'art, la philosophie, et les usages de la science. Ma mère était architecte, elle travaillait dans le département du développement

[2] sigle de l'Université de New York.

urbain dans l'administration civile écossaise. Elle a toujours travaillé, ce qui était inhabituel à l'époque, et m'a amenée à penser que j'aurais aussi une carrière professionnelle. Son père avait étudié les mathématiques à l'Université de Cambridge et était ensuite devenu un juriste connu ; mes aptitudes en mathématiques venaient de ce côté de ma famille. L'architecture, après tout, combine les mathématiques et la conception.

Mon grand-père m'a appris les tables de multiplication quand j'avais quatre ans. Il me prenait sur ses genoux et me montrait une table de toutes les multiplications de 10 sur 10, en pointant du doigt les symétries. Je me rappelle comme j'ai trouvé ça beau. J'ai toujours aimé calculer des additions à l'école. Plus tard, pendant mon enfance, j'ai été intéressée par la musique, la poésie, et la philosophie mais en ayant toujours comme certitude que j'aurais une carrière académique. À l'adolescence quand je me suis demandée ce que j'allais faire de ma vie, j'ai réalisé que c'étaient les mathématiques que j'aimais ; cette matière me parlait vraiment en quelque sorte. Je voyais les mathématiques comme comparables à la peinture abstraite. Je ne connaissais pas de mathématiciennes femmes, mais ça m'était égal, je voulais être différente.

À Cambridge pour ma thèse, j'ai résolu un problème qui était ouvert depuis vingt ans. Il y avait une certaine structure algébrique que les gens avaient définie et étudiée, mais ils n'avaient pas beaucoup d'exemples, et ils ne savaient pas combien d'objets différents de cette sorte pourraient exister. J'en construisis beaucoup, d'infiniment nombreux. Ma thèse fut publiée dans les *Annales des Mathématiques*, indiscutablement le journal mathématique le plus important, et pendant longtemps, cela resta mon meilleur travail.

Après que j'aie écrit ma thèse, je suis allée à Moscou où à la fin des années 60 il y avait une école de mathématiques absolument merveilleuse. C'était très large et ouvert, en réel contraste avec l'éducation étroite que j'avais reçue jusque-là. J'ai travaillé avec Israel Gelfand pendant six mois, une expérience qui m'a transformée. À mon retour, j'ai complètement changé de direction en passant de l'analyse fonctionnelle à la topologie. Pourtant, j'étais alors si consciente de mon ignorance que c'était très dur de devenir créative dans ce nouveau domaine. J'ai seulement survécu comme mathématicienne à cause de la confiance que ma thèse m'avait donnée. Je suis retournée aux États-Unis vers la fin des années 70 et j'ai travaillé là depuis. Maintenant je travaille en géométrie symplectique, j'étudie une certaine sorte de structure sur l'espace que les mathématiciens ont formulée au dix-neuvième siècle alors qu'ils étudiaient des questions de physique.

J'ai essayé un jour d'expliquer mon travail de thèse à ma mère. Ce fut une conversation intéressante : elle voulait vraiment savoir ce que je faisais et elle était certainement très intelligente. Pourtant, j'ai réalisé que le nombre de nouveaux concepts que je devais lui expliquer rendait absolument impossible de lui expliquer ce qu'étaient vraiment les objets auxquels je réfléchissais. Pour arriver à quelque chose, les mathématiciens doivent internaliser les idées qu'ils utilisent. Les objets mathématiques ne font pas que respecter une liste d'axiomes ; ils ont un sens, une forme, une texture, et bougent d'une certaine manière dans nos esprits. Nous devons apprendre à les manipuler, comprendre comment ils interragissent. Cela nécessite du temps et des efforts. La compréhension, quand elle advient, est souvent non-verbale, on réalise de façon fulgurante la manière dont les choses s'emboîtent ensemble.

Don Zagier
Théorie des nombres
Professeur de Mathématiques, Collège de France, Paris, et Directeur, Institut Max Planck pour les Mathématiques, Bonn

J'ai bougé chaque année pendant les trente premières années de ma vie, ainsi je n'ai pas eu de racines, pas de stabilité : en quelque sorte, je ne viens de nulle part, j'ai grandi en Amérique mais je vis en Europe depuis tant de temps que je ne me sens plus américain.

Mon enfance fut inhabituelle. Jusqu'à l'âge de neuf ans, je parlais difficilement aux gens et je n'avais pas d'amis, et je ne me rappelle de rien de ces années-là. On a pensé que j'étais peut-être attardé. Le psychologue scolaire m'a fait passer un test de trois heures et cela m'a sauvé la vie. Il s'avéra que j'avais une intelligence au-dessus de la moyenne, et l'école a dit que je pourrais sauter une classe si je le voulais. Mes parents me laissèrent décider. C'était la première fois que je prenais une décision à propos de ma vie. J'ai sauté une classe, puis une autre, puis une autre, puis une autre, et j'ai finalement eu mon examen de fin de lycée à treize ans. Après une année en angleterre, je suis allée faire mes années de faculté au MIT, j'ai terminé un programme de cinq ans normalement en deux ans, et j'ai eu deux diplômes de troisième cycle à seize ans. J'ai obtenu ma thèse à dix-neuf ans. Après mes quatorze ans, je n'ai plus jamais vécu avec mes parents.

J'ai à la fois eu de la chance et pas de chance dans mon éducation mathématique au plus jeune âge. De la chance parce que mon père aimait les maths et j'ai eu comme lui l'amour de cette discipline. Nous nous promenions dans les bois et il s'arrêtait au milieu du chemin pour me montrer le théorème de Pythagore et pour me le signaler dans la nature. Il admirait beaucoup les mathématiques et je pense que cela eut beaucoup de sens pour lui que je me destine à cela, j'avais onze ans quand je décidai de devenir mathématicien, j'ai eu une professeur de math merveilleuse qui disait que des règles spéciales devaient m'être appliquées en classe parce que je voulais devenir un mathématicien professionnel. De ce fait, je pouvais lire des livres de maths pendant la classe ou travailler sur d'autres problèmes, mais pendant les tests, j'obtiendrais la note zéro à moins que tout soit parfait. Elle m'a dit que je pouvais accepter ou pas ces conditions, et bien sûr, j'acceptai. Ce fut un très bon entraînement parce que j'appris alors à être rapide et attentif dans tout calcul, et cela me fut très utile plus tard. Mais je n'ai aussi pas eu de chance en commençant si jeune. Mes années de lycée, je les fis dans une ville de taille moyenne de Californie, et bien que je dévore les livres de maths l'un après l'autre, il n'y avait pas vraiment de mathématicien réel pour me conseiller et je choisis des livres très démodés, souvent davantage orientés maths appliquées, qui me rendirent la compréhension des maths "modernes" plus difficile ultérieurement. J'ai eu mon premier véritable professeur de mathématiques, Friedrich Hirzebruch, en troisième année de faculté. C'est par son biais que je commençai à apprendre à penser comme un vrai mathématicien. C'est quelque chose que vous ne pouvez pas apprendre seul, mais que vous devez apprendre d'un maître. Même maintenant, je ne suis pas un mathématicien moderne et les idées très abstraites ne me sont pas naturelles. J'ai bien sûr appris à travailler avec elles mais je ne les ai pas vraiment internalisées et je reste un mathématicien concret. J'aime les formules explicites et belles. Pour moi, elles ont une beauté intrinsèque. Elles peuvent être profondes ou pas. Comme exemple, imaginez que vous ayez une série de nombres telle que si vous ajouter 1 à chaque nombre, vous obteniez le produit des nombres qui sont immédiatement à sa gauche et à sa droite. Alors cette série se répètera indéfiniment toutes les cinq étapes ! Par exemple, si vous commencez avec 3, 4, alors la séquence continue : 3, 4, 5/3, 2/3, 1, 3, 4, 5/3, etc. La différence entre un mathématicien et un non-mathématicien n'est pas d'être juste capable de découvrir quelque chose comme cela, mais de s'en préoccuper et d'être curieux de savoir pourquoi c'est vrai, ce que cela veut dire, et quelles autres choses mathématiques pourraient être liées à cela. Dans ce cas particulier, l'assertion elle-même s'avère être liée à une myriade d'autres sujets profonds en mathématiques avancées : la géométrie hyperbolique, la K-théorie algébrique, l'équation de Schrödinger de la mécanique quantique, et certains modèles de théorie quantique des champs. Je trouve ce genre de connexions entre des mathématiques très élémentaires et des mathématiques très profondes extrêmement belles. Quelques mathématiciens trouvent les formules et les cas particuliers moins intéressants et se préoccupent seulement de comprendre les raisons profondément sous-jacentes. Bien sûr, c'est le but ultime, mais les exemples vous permettent de voir les choses d'un problème particulier différemment, et de toute façon, c'est bon d'avoir différentes approches et différents types de mathématiciens.

Les mathématiques sont créatives, elles ne sont pas une procédure mécanique. Elles sont très personnelles. Parfois vous pouvez deviner quel mathématicien a fait tel travail à la seule assertion du résultat. En un certain sens, les maths sont déjà là et vraies indépendamment du fait que nous les découvrions ou pas - il y a un monde mathématique réel et il est plus étendu que le monde physique de quatre-vingt douze éléments et seize particules. Quand vous trouvez un résultat, il n'est pas vraiment vôtre, parce qu'il était déjà vrai, mais vous exprimez votre personnalité par les choix que vous avez faits pour le découvrir et le prouver. C'est comme aux échecs, où les mouvements possibles sont les mêmes pour tous, mais le novice et l'expert font des choix très différents quant à la manière de procéder. Excepté qu'aux échecs, il y a seulement vingt mouvements possibles à toute étape quelconque du jeu, alors qu'en mathématiques, il y en a une infinité. La vie d'un mathématicien est remplie d'un sens permanent du questionnement, et l'on ne peut jamais s'ennuyer.

Enrico Bombieri
Théorie des nombres
Médaillé Fields
Professeur de mathématiques IBM von Neumann, Institut des études avancées, Princeton

J'ai grandi à Montepulciano en Italie centrale, au sud de Sienne. C'est une petite ville entourée de collines et située sur le sommet d'une colline avec beaucoup de maisons et six ou sept églises. Je suis allé à l'école là-bas et j'avais beaucoup d'amis. J'aimais faire des promenades dans la campagne, explorer des grottes, faire du vélo, jouer au football, et lire des livres de mathématiques. Mon père était un banquier d'affaires mais il avait aussi été intéressé par les mathématiques, alors il y avait quelques livres de mathématiques à la maison, accessible au non-expert. Quand j'ai commencé à être intéressé par les mathématiques, mon père ne s'y est pas opposé. La seule chose qu'il ait dite a été "Si tu veux faire des mathématiques, tu dois savoir que tu ne gagneras jamais beaucoup d'argent. Mais quoi que tu fasses, suis ton penchant et fais-le du mieux que tu peux.". Il m'a encouragé et quand je lui ai demandé de trouver certains livres, il m'a aidé. Aux environs de quinze ans, je faisais de la recherche en théorie des nombres.

La théorie des nombres, ça consiste à étudier les nombres entiers (1, 2, 3, 4, et etc.) et la façon dont ils sont liés entre eux. Par exemple, il y a le célèbre triangle de Pythagore de côtés de longueurs 3, 4, et 5 qui déterminent l'angle droit. Il y a d'autres nombres qui satisfont ce type de relation, et cela fait partie de la théorie des nombres. Comme autre exemple, il y a les nombres premiers. Ils sont difficiles à étudier, mais ils sont très importants parce qu'ils sont les blocs de construction de tous les autres nombres en utilisant la multiplication. La théorie des nombres est une partie très ancienne des mathématiques, qui remonte aux cultures chinoise et grecque anciennes. J'ai toujours pensé que la théorie des nombres était trop abstraite pour être appliquée, mais j'ai dû changer d'avis en voyant la façon dont la théorie moderne des nombres premiers a trouvé des applications pratiques significatives, en assurant la sécurité des communications. La leçon à tirer de cela, c'est que la connaissance, même quand elle n'est pas directement motivée par le profit à court-terme, est toujours très précieuse.

J'ai pu résoudre, parfois en collaboration avec des auteurs variés, quelques problèmes qui avaient été ouverts pendant longtemps. Probablement que ma découverte la plus importante est un résultat à propos de la distribution des nombres premiers qui s'est avéré très utile dans d'autres questions et qui trouve toujours des applications aujourd'hui. Les gens me demandent pourquoi je suis devenu mathématicien. La réponse est, simplement, que j'aime vraiment les mathématiques. Je me considère comme très chanceux de pouvoir faire ce que j'aime dans le cadre de ma profession. Pour beaucoup de personnes, leur travail est juste un gagne-pain. Dans de tels cas, la compensation peut être le succès, ou plus d'argent, ou bien rencontrer des personnes intéressantes. Pour moi, je ferais des mathématiques indépendamment de ça, simplement parce que j'aime penser aux mathématiques.

Il n'y a pas de cours formels à l'Institut des études avancées, où j'enseigne. Nous prenons de jeunes post-doctorants fraîchement diplômés. C'est important pour eux d'élargir leur horizon et de pénétrer plus profondément dans leur sujet de thèse. Ils doivent apprendre d'autres choses aussi et notre rôle est de les guider et de les aider à devenir indépendants. L'indépendance est très importante. Ils doivent apprendre à juger par eux-mêmes, et à ne pas juste écouter l'avis des autres. Quand ils viennent à moi et me demandent ce qu'ils devraient faire ensuite, c'est le signe qu'ils ne sont pas indépendants.

La bonne science est toujours une création. On doit imaginer comment les choses peuvent être et démarrer à partir de là. Il est très important d'être adaptable et de ne pas avoir d'idées préconçues, de ne pas forcer les choses à être comme on voudrait qu'elles soient. Un danger dans la recherche créative est d'être excité par certaines idées, de sur-évaluer leur signification, et d'essayer de les faire s'adapter à ce qu'on connaît. C'est ce que j'appelle le "cordage des chaussures", la tentative de tout faire entrer dans une boîte trop petite. Les grandes découvertes sont toujours un saut quantique par rapport aux connaissances établies, que ce soit en mathématiques ou dans les autres sciences. Nous pouvons aussi apprendre énormément en étudiant le travail de nos prédécesseurs. On dit que nous sommes tous assis sur les épaules de quelques géants, mais n'oublions pas que nous dépendons tous de l'humble contribution de très nombreuses personnes : ceux qui ne sont pas architectes ou ingénieurs mais qui sont des travailleurs capables de mettre ensemble les briques dont la science est constituée. Je pense que la force de la science vient de la contribution collective de tous les scientifiques, et le total est beaucoup plus que la somme de chacune des parties. Je suis confiant en l'idée que les mathématiques, et toute la science également, ont un avenir brillant devant elles.

Eriko Hironaka
Topologie géométrique
Professeure associée de Mathématiques, Université de l'état de Floride

Quand j'avais environ douze ans, je me souviens de mon père assis près d'une grande cheminée dans une vieille ferme nichée dans les Alpes françaises. Il parlait avec trois de ses étudiants. J'étais assise auprès d'eux, lisant joyeusement un livre, appréciant la neige qui tombait dehors et la chaleur douillette à l'intérieur. Tout à coup, mon père et ses jeunes collègues ont arrêté de parler et se sont mis à réfléchir profondément. Leur immobilité m'a surprise et elle m'a semblé durer une éternité, alors qu'ils semblaient tous à l'aise et absorbés dans leur monde. Après un temps, quelqu'un a dit quelque chose et tous ont eu un sourire qui témoignait d'un plaisir tranquille et d'une délectation. J'ai pensé que quoi que soient les mathématiques, elles devaient être belles.

Les mathématiques m'ont inexorablement formée, mais je me sentais aussi mal à l'aise de me consacrer totalement à un domaine dans lequel mon père était si célèbre, et je n'ai pas commencé à étudier les mathématiques jusqu'à relativement tard au lycée. Mon ambivalence a mis du temps à se dissiper, et j'alternais entre des périodes où je consacrais une grosse partie de mon énergie à mon travail et d'autres où je cultivais une vie séparée de ce qui peut sembler parfois être un petit monde étouffant et compétitif. Maintenant, enfin, j'ai pu parvenir à un équilibre, avec mes deux enfants, un mari musicien de jazz, et une carrière universitaire épanouissante.

Rétrospectivement, je réalise que j'ai toujours voué une passion à la pensée abstraite. J'ai été élevé dans une famille bilingue et j'allais dans des écoles publiques aussi loin que dans le Massachusetts, au Japon, et en France. J'ai appris à aimer les moments de compréhension qui peuvent émerger d'un chaos initial et ce qui semble être des contradictions entre des langages et des cultures différents. Je sais que ce qui est "clairement normal" dans un endroit est souvent "clairement étrange" dans un autre : les japonais mangent du poisson cru mais presque jamais des carottes crues ; les américains peuvent marcher à l'extérieur pieds nus et ne pas enlever leurs chaussures en entrant dans une maison.

Ma recherche mathématique a tourné autour du fait de trouver des nouvelles connexions entre des domaines semblant distants. Ces dernières années, je me suis intéressée aux entiers algébriques et aux homéomorphismes de surfaces. Nous pensons souvent aux nombres comme se dressant seuls et statiques, alors que les homéomorphismes de surfaces engendrent de la dynamique. Pourtant les deux ont une complexité bien définie, ou une distance pour les modes les plus simples. On peut poser des questions analogues dans chaque contexte. Comment se comporte la complexité ? Étant donné un objet complexe, y-en-a-t-il toujours un autre de complexité moindre ? S'il y a des objets de complexité minimale, à quoi ressemblent-ils ? J'ai approché ces questions en utilisant des constructions combinatoires qui donnent naissance à la fois à des entiers algébriques et à des homéomorphismes de surfaces, révélant les relations cachées qui existent entre eux.

Lorsque j'étais une jeune enfant, j'étais étonnée de la manière dont les formes et les structures peuvent sortir des sons d'une symphonie, ou à la manière dont les nombres peuvent sembler avoir des couleurs associées. Partant de là, il ne semble pas si éloigné de voir des caractéristiques communes entre les entiers algébriques, les variétés algébriques en basses dimensions et les singularités, les compléments des nœuds et les liens, les homéomorphismes des surfaces, et les systèmes de Coxeter. J'éprouve de la reconnaissance de pouvoir participer à un effort qui cadre si bien avec les choses que j'imaginais enfant. Et par-dessus tout, je me sens chanceuse de pouvoir expérimenter, à ma propre manière, des interrogations et plaisirs que je voyais chez mon père et ses étudiants alors qu'ils étaient assis près de la cheminée dans une ferme il y a tant d'années.

Frances Kirwan
Géométrie algébrique et symplectique
Professeure de Mathématiques, Université d'Oxford

C'est une chose que de faire de la recherche en mathématiques, et c'en est plutôt une autre de l'expliquer à des non-mathématiciens, ou même à d'autres mathématiciens travaillant dans des parties différentes du sujet. C'est un des aspects les plus frustrants du fait d'être une chercheuse en mathématiques, bien que cela soit partiellement contrebalancé par le fait que les mathématiques transcendent les frontières politiques et culturelles : les auteurs du prochain article de recherche que je piocherai pour le lire peuvent aussi bien être indiens, japonais, russes ou brésiliens que venir de mon propre pays. Aussi plutôt que d'essayer de décrire ce que ma recherche implique (l'étude des espaces modulaires en géométrie algébrique), voici quelques souvenirs qui montrent comment (je pense) je suis devenue mathématicienne.

Mon souvenir mathématique le plus ancien est celui de mon père m'expliquant la preuve du théorème de Pythagore sur les triangles à angle droit ; c'était la première fois que me venait l'idée qu'il est possible de prouver que quelque chose est toujours vrai. Le deuxième souvenir, beaucoup plus tard, me ramène à une première conférence à laquelle j'assistais comme étudiante de premier cycle à Cambridge : l'orateur (Tom Körner) enleva ses chaussures et ses chaussettes et essaya de les remettre dans le mauvais ordre pour nous montrer que la composition des opérations n'est en général pas commutative. J'ai honte de dire que c'est la seule conférence mathématique à laquelle j'assistai à Cambridge dont il me reste un souvenir précis de l'orateur et de ce qu'il (c'était toujours il, jamais elle, avec peut-être une exception) nous racontait.

Alors vint le moment où je me rappelle avoir ressenti que j'étais une chercheuse en mathématiques pour la première fois. C'était lors d'une de ces rencontres hebdomadaires à laquelle j'assistais comme étudiante diplômée à Oxford avec mon tuteur : Michael Atiyah. La fois précédente, nous avions parlé d'un cas particulier de ce qui deviendrait le sujet de ma thèse. Pendant la semaine entre nos deux rencontres, j'avais réalisé que ce que nous avions conjecturé avec désinvolture n'était pas vrai, et j'avais travaillé pour le corriger. Quand nous nous rencontrâmes à nouveau, je découvris que mon tuteur avait poursuivi les mêmes réflexions, ce qui était très satisfaisant.

La satisfaction d'une compréhension partagée de la solution à un problème difficile est l'une des raisons principales qui font que j'apprécie de collaborer dans mon travail de recherche. La première occasion, il y a plus de vingt ans, a été alors que j'étais à Harvard en tant que chercheuse junior (une position post-doctorale). J'ai donné un séminaire à Yale, où Ronnie Lee a suggéré que nous collaborions : cela a amené de nombreuses discussions, qui étaient à la fois divertissantes et pleines d'enseignements pour moi, et finalement, cela amena à quelques articles communs. C'est aussi gratifiant de travailler pour soi seul, mais quand l'inspiration pointe, elle s'accompagne en général d'une urgence à expliquer aux autres la nouvelle lumière qui a été apporté. Les collaborateurs, qui ont pensé dur aux mêmes questions, ont tendance à être très contents d'écouter (et peuvent même pointer une faille d'argumentation s'il y en a une). Sans eux, une audience adéquate n'est pas toujours facile à trouver : je peux exprimer mon excitation à faire quelques progrès à mon mari et à mes enfants, par exemple, et ils seront contents, mais ils ne veulent sûrement pas entendre l'explication de ce que j'ai fait !

Gerd Faltings
Théorie des nombres, géométrie algébrique
Médaillé Fields
Directeur de l'Institut Max Planck pour les Mathématiques, Bonn

J'ai grandi dans une ville minière de la ceinture de la rouille en Allemagne[3]. Mon père était un physicien travaillant comme technicien dans l'industrie chimique et de ce fait, je m'intéressais à la physique. Après quelques temps, je vins aux mathématiques parce que je les trouvais plus intéressantes. Tout est très logique en mathématiques, et cela m'a attiré.

[3] région industrielle du Nord-Est de l'Allemagne.

J'aime bien lorsque quelque chose est définitivement juste ou définitivement faux.

J'ai fait mes études à Münster, qui était proche de mon domicile. J'avais un très bon professeur qui m'encouragea à étudier le travail d'Alexander Grothendieck dans le domaine de la géométrie algébrique, bien que ça ait à l'époque passé de mode. Même maintenant, des personnes considèrent que c'est beaucoup trop abstrait ; pourtant, j'ai profité de ces solides fondements pendant toute ma carrière.

Je travaille en théorie des nombres et j'ai prouvé, à vingt-huit ans, quelque chose qu'on appelle la conjecture de Mordell, qui avait été une conjecture ouverte depuis 1924 ! À cause de cela, pratiquement en une nuit, je suis passé du statut de pur anonyme à celui de star de la profession. Et même mieux, alors que je prouvais la conjecture, j'ai trouvé un certain nombre de problèmes que j'ai résolus "à la main" mais leur résolution devint plus satisfaisante lorsque j'édifiai une théorie plus complète. Quelques années après, j'ai essayé de comprendre un article de Paul Vojta et j'ai fini par obtenir une théorie complètement nouvelle. De par mon expérience, je n'ai pas besoin de plan stratégique de recherche, mais ces problèmes intéressants et ces nouvelles méthodes tendent à venir par eux-mêmes. Je fais rarement des conjectures moi-même. Habituellement j'ai une idée qui peut marcher dans quelques cas et je l'essaie. Parfois ça marche. Souvent ça ne marche pas et alors, je dois en essayer une autre. Le travail que je fais est très gratifiant parce que je me trouve moi-même derrière le produit que je crée. C'est très satisfaisant si pouvez créer votre propre production et la terminer, en ayant accompli quelque chose que les autres n'auraient pas pu accomplir. Votre nom est alors attaché à votre œuvre, ce qui est plus satisfaisant que la plupart de ce que les gens expérimentent dans leur travail. Je pense être très privilégié.

J'ai une épouse et deux filles, qui ont maintenant dix-huit et vingt ans. Elles ont des inclinations pour les mathématiques. Nous aimons faire des puzzles et parfois nous jouons aux cartes ensemble. Elles aiment bien jouer à des jeux sur ordinateur qu'elles me montrent parfois et obtiennent que je les leur achète, aussi. Nous aimons aller à l'opéra, ou voir des ballets ou au moins, les regarder à la maison sur DVD.

Ingrid Chantal Daubechies
Mathématiques appliquées, ondelettes
Professeure de mathématiques William R. Kenan, Jr., professeure de mathématiques appliquées et de mathématiques computationnelles, Université de Princeton

Je suis née et j'ai grandi dans la région minière en Belgique. J'ai étudié la physique théorique et je n'ai donc pas seulement un diplôme en maths. J'ai commencé mon travail de recherche en physique mathématique, ce sont des mathématiques dirigées vers ou motivées par la physique. Quelques années après ma thèse, je devins intéressée par les mathématiques appliquées non seulement pour comprendre le monde physique autour de nous, mais également je me mis à m'intéresser à la technologie, quand vous construisez des choses. L'analyse mathématique peut aussi nous amener à construire les choses différemment, plutôt qu'à étudier le monde déjà existant.

Une chose marrante me frappa après que j'eus fait cette transition. J'avais contribué à la construction de bases d'ondelettes - de nouveaux outils pour analyser les signaux digitaux et les images - et je réalisai que tout le monde considérait que les nouveaux concepts mathématiques associés à ce travail comme "construits", c'est à dire construits par les mathématiciens qui les avait publiés les premiers. C'est différent de la manière dont la plupart des mathématiciens (purs) considèrent leur travail : ils se considèrent plus comme des découvreurs, qui mettent au jour un nouveau territoire ; ils sentent profondément que “c”’était déjà là, et qu’ils n’ont fait que le découvrir. Réaliser cela me fit penser - je savais exactement ce que les plus “purs” mathématiciens voulaient dire par là, parce que je l’avais ressenti moi-même : le sentiment de merveille à finalement comprendre la structure complète qui explique beaucoup d’observations effectuées plus tôt. J’avais ressenti cela dans le travail que j’avais fait précédemment, et beaucoup d’autres mathématiciens auraient été d’accord sur le fait que le travail est un travail de découverte. En travaillant sur les ondelettes, j’avais ressenti la même chose - ici, plutôt, la plupart des mathématiciens voyaient cela comme une “construction” plutôt que comme une découverte. Cette interrogation m’a fait souhaiter trouver la frontière entre ces deux parties des mathématiques. Je ne l’ai pas trouvé et je suis maintenant convaincue qu’elle n’existe pas : toutes nos mathématiques sont construites. C’est une construction que nous faisons dans le but de penser à propos du monde. Je n’irai pas jusqu’à dire que la pensée mathématique est la seule pensée que nous ayons pour penser logiquement au sujet des choses que nous observons. Il y a d’autres manières par lesquelles nous expérimentons le monde et nous interagissons avec lui - des manières qui ont davantage à voir avec les émotions et les délices sensuels et qui amènent à d’autres choses merveilleuses, comme l’amour et l’art - mais quand nous voulons penser logiquement, nous sommes ramenés à ce que sont essentiellement les mathématiques Par conséquent, je ne suis pas tout à fait d’accord avec Galilée : le livre de la nature n’est pas écrit en langage mathématique ; plutôt, les mathématiques sont le seul langage que *nous* connaissions pour expliquer logiquement la nature. Nous aimons la pensée logique comme une activité - comprendre ces choses nous donne du plaisir. C’est pourquoi des activités comme les puzzles mathématiques tels le Sudoku ou le Rubik’s Cube sont devenus si populaires. Cela ne veut pas dire que nous soyons tous égaux pour apprécier les mathématiques hautement avancées - aimer les mathématiques et être bon en mathématiques au point de devenir un mathématicien professionnel est un peu comme devenir un athlète professionnel - mais cela signifie que vous n’êtes pas obligé d’exercer un talent bizarre pour “faire” des mathématiques, exactement comme vous pouvez apprécier un sport même si faire ce sport n’est pas votre profession.

De nombreux problèmes sur lesquels j’ai travaillé exploitent en quelque sorte l’idée que l’objet ou la solution qui est recherché(e) a une description “clairsemée”. Ce que cela signifie, c’est que vous avez une collection de questions que vous pouvez poser à propos de cet objet, et vous savez qu’il y a une manière de complètement déterminer l’identité de l’objet en obtenant les réponses à seulement quelques (disons dix) questions, mais ce doit être les dix “bonnes” questions. Vous n’avez pas d’idée à l’avance des questions qui seront les bonnes questions étant donnée une requête particulière, cela pourrait être n’importe quelle petite collection de questions parmi elles. L’un des problèmes peut être qu’admettons que vous deviez tirer au hasard un ensemble de disons vingt questions *fixées* de telle manière que vous puissiez toujours savoir de quel objet il s’agit, indépendamment de ce qu’étaient les dix bonnes questions pour cet objet particulier. Les informaticiens savent depuis longtemps résoudre quelques problèmes de ce type, et leurs heuristiques sont utilisées par exemple dans la conception des algorithmes pour les moteurs de recherche sur la toile. Maintenant que la technologie a avancé au point que nous pouvons collecter plus de résultats de mesures que nous ne pouvons en gérer, des questions différentes d’un type similaire émergent dans de nombreux autres domaines. Pour le moment, dans trois collaborations dans lesquelles mes étudiants et moi-même sommes impliqués, dans trois domaines complètement différents que sont la géophysique, la biologie et les neurosciences, ont partout émergé des problèmes de données clairsemées de ce type. Il est important de développer des algorithmes qui permettent de gérer ces nouveaux problèmes et qui peuvent les gérer vite. Pour prouver la convergence de ces algorithmes pour presque toutes les solutions possibles qui peuvent vous intéresser, les domaines mathématiques qui entrent en jeu sont assez différents de ceux qui sont utilisés en mathématiques appliquées et de ce fait, je dois apprendre de nouvelles façons de penser. C’est une chose que j’aime beaucoup dans les mathématiques appliquées : dans une certaine mesure, le problème impose quels sous-domaines des mathématiques vous devez apprendre, et ainsi vous devez souvent apprendre de nouvelles connaissances. Et c'est ce que j'apprécie : apprendre à mon esprit à affronter de nouveaux obstacles, apprendre à maîtriser de nouvelles structures.

Joan S. Birman
Topologie, théorie des nœuds
Professeure émérite de Mathématiques, Lycée Barnard, Université de Columbia

Pourquoi ai-je choisi les mathématiques ? Je ne suis pas sûre que "choisir" est le bon mot, plutôt, les mathématiques m'ont choisie. Lorsque j'étais une petite enfant, je voulais toujours comprendre comment les choses marchaient : comment concevoir un moulin à vent robuste qui ne tomberait pas, avec des tiges et des bobines, était un exemple. Prédire les formes des tourbillons engendrés par de nombreuses billes roulant en était un autre. J'étais fascinée par de telles questions, appréciant une certaine forme de jeu solitaire, et souvent, je ne voulais pas quitter mon jeu pour aller manger quand on m'appelait, de la même manière que je trouve difficile d'arrêter de travailler sur un problème de maths aujourd'hui. Dès que j'ai réalisé que les mathématiques étaient pleines de telles questions provoquant la réflexion et vous donnent des outils pour leurs solutions, je me suis destinée à cette matière. Par exemple, un instituteur me demanda si le produit de deux nombres impairs est pair ou impair. Qu'est ce qu'un nombre impair, qu'est-ce qu'un nombre pair ? Pourquoi ? De telles questions étaient un défi et je relevais le défi. Ce qui est également important, c'est que j'y arrivais, et que réussir dans une matière renforce notre intérêt naturel pour elle. Donc de nombreuses façons, on peut dire que les mathématiques m'ont choisie, bien que j'aie pris de multiples détours avant de commencer une carrière en mathématiques, parce que les grands choix de vie ne sont jamais simples. Ma spécialité à l'intérieur des mathématiques m'a choisie aussi. Quand j'ai eu à choisir un sujet de thèse, j'ai essayé plusieurs coups, mais à un moment, j'ai entendu parler d'une question sans réponse dans laquelle il était question de tresses, ça m'a accrochée ! Les tresses et les nœuds sont omniprésents dans la nature. Il y a des images dans mes fichiers de tresses dans les anneaux de Saturne, de longues boucles attachées d'ADN, et même un nœud très visible dans le virus d'Ebola. Et quelque chose de plus important de mon point de vue, les tresses et les nœuds sont également omniprésents en mathématiques.

L'étude des nœuds fait partie d'une partie des mathématiques appelée la topologie. Voici encore un exemple, tiré de mon propre travail, d'une façon dont les nœuds apparaissent de façon inattendue dans une partie des mathématiques qui est loin de la topologie, notamment les équations différentielles. Dans les années 60, le météorologiste E. N. Lorenz s'intéressa à la prédiction de la météo. Il croyait qu'elle était gouvernée par un grand système d'équations différentielles, et si c'était le cas, elle serait précisément prévisible si quelqu'un connaissait les valeurs des paramètres à un moment donné. Hélas, c'était loin d'être le cas, car quand les météorologues savent où un ouragan démarre, ils ne peuvent pas, même avec les ordinateurs les plus puissants, prédire son chemin dans le futur à long terme ou bien sa sévérité avec une réelle quelconque précision. Dans le but de mieux comprendre, Lorenz chercha l'exemple le plus simple possible de cette imprévisibilité et fut amené à un système d'équations différentielles en trois variables qui illustrait le phénomène, même si elles n'étaient plus liées à la météo. Les solutions de ses équations s'avérèrent être le paradigme de ce que nous connaissons aujourd'hui comme le "chaos". Dans mon propre travail avec R. F Williams dans le milieu des années 80, nous avons appris que les orbites fermées de la solution des équations de Lorenz sont une vaste collection de nœuds infiniment nombreux ; et aussi, n'importe quel couple de deux de ces nœuds peut être séparé sans couper l'un des deux nœuds. Cela nécessite beaucoup de structure parce que tous ces nœuds doivent s'intégrer dans un flot lisse dans l'espace à trois dimensions. Maintenant, la théorie des nœuds et les équations différentielles sont des parties des mathématiques très éloignées, et personne ne pensait que des nœuds se cachent, en allant vite, dans n'importe quel système d'équations différentielles. Nous comprenons maintenant que, en allant vite, dans tout système d'équations différentielles qui gouverne un flot chaotique dans une région de l'espace à trois dimensions, le nombre et la variété de nœuds qui interviennent est une mesure du caractère chaotique du système considéré. Les implications des nœuds de Lorenz, sont, comme je l'ai écrit, un sujet qui est toujours étudié.

John Horton Conway
Théorie des groupes, théorie des nombres, géométrie, combinatoire, théorie des jeux
Professeur John von Neumann de mathématiques appliquées et computationnelle et Professeur de mathématiques, Université de Princeton

Je suis né à Liverpool en Angleterre, en 1937. Mon père était assistant de laboratoire dans une grande école de Liverpool que deux Beatles ont fréquentée. Mon père avait beaucoup de connaissances en science, et il était également très intéressé par la poésie. À la maison, il marchait de long en large, parfois nu, en récitant de la poésie pendant qu'il se rasait. Il avait un caractère étrange, c'était une personne intéressante, je pense. Mon père était aussi gardien de raids aériens. De temps à autres, les sirènes retentissaient. La guerre s'est enracinée en moi quand j'étais enfant. Parfois, des enfants ne venaient pas à l'école et nous apprenions que leur maison avait été bombardée et qu'ils avaient été tués. Un jour, j'ai été évacué vers le pays de Galles. Le schéma d'évacuation pour les enfants n'a jamais marché parce que leur mère les aimait trop et ils finissaient par revenir. Il me semble me souvenir qu'une fois, j'ai parlé galois.

Quand j'ai intégré une nouvelle école à l'âge de onze ans, j'ai eu une entrevue avec le directeur. Il m'a demandé ce que je voulais faire de ma vie et je lui ai dit que je voulais étudier les mathématiques à Cambridge. C'est ce que je fis sept ans plus tard. Quand j'étais dans cette école, j'étais justement aussi intéressé par les sciences, j'avais toujours été premier, second ou troisième dans toutes les matières, mais quand j'entrais dans la puberté, je ne pouvais plus m'y intéresser. Je commençais à traîner avec des enfants qui ne s'intéressaient à rien, les types du fond de la classe, parce qu'ils avaient des caractères intéressants (j'ai ce défaut depuis cette époque, j'aime les caractères intéressants). Je commençais à échouer et finalement, l'un de mes professeurs eut une conversation avec moi et alors, je changeais d'attitude et je redevins l'un des meilleurs élèves de la classe, en particulier en sciences. Je gravis les échelons académiques à Cambridge, et devins Sujet de la Société Royale. Peu de temps après ça, Princeton m'offrit un poste et je suis là depuis vingt-et-un ans.

Au sein de la communauté scientifique, je suis surtout connu pour le jeu de la vie, qui a été à l'origine du domaine des automates cellulaires. J'ai aussi découvert d'énormes groupes de symétrie divers. C'était assez difficile à faire et le sujet était très intéressant à ce moment-là. Je suis fier, cependant, d'avoir découvert tout un nouveau monde de nombres, que Donald Knuth a appelés les "nombres surréels". J'aurais aimé inventer ce nom. Il y a plus d'un siècle, un grand mathématicien allemand, Georg Cantor, découvrit la théorie des nombres infinis. Deux mille ans plus tôt, Archimède avait découvert la théorie des nombres réels que nous utilisons habituellement. Les nombres surréels incluent les deux. Certains d'entre eux sont infinis et sont égaux aux nombres de Cantor. Certains d'entre eux sont égaux aux nombres réels mais ils sont aussi un mélange entre eux et les nombres infinitésimaux. Quand je les ai découverts, je suis resté dans un rêve éveillé permanent pendant six semaines en pensant à la manière dont l'explorateur Hernando Cortez regarda au fond du Pacifique et vit un monde qu'aucun occidental n'avait jamais vu avant lui. Personne n'avait jamais vu ce que j'avais devant les yeux. Bien que cela soit complètement abstrait, c'était très réel. Les choses abstraites peuvent être réelles. Les nombres peuvent être plus réels que les objets physiques.

C'était un nouveau monde incroyable de nombres que je découvrais, plus que des nombres.

Il y eut un temps aux alentours de mes vingt ans où j'étais assez déprimé parce que j'avais obtenu très facilement un poste à l'Université de Cambridge et je pensais alors que je n'avais pas fait assez pour justifier que j'obtienne un tel poste. Alors je fis plusieurs découvertes les unes après les autres, la première étant celle des "gros groupes" dont le mathématicien technique pense que ces choses ont été ma meilleure réalisation. Dans un laps de temps très court, j'ai découvert le "jeu de la vie", les nombres surréels. Après un petit temps, il sembla que tout ce que je touchais se transformait en or, si ce n'est que peu de temps plus tard, plus rien de ce que je touchais ne se transforma en or.

C'est une chose marrante qui arrive aux mathématiciens. Quelle est l'ontologie des objets mathématiques ? Comment existent-ils ? En quel sens existent-ils ? Il ne fait aucun doute qu'ils existent mais vous pouvez en parler et les produire sauf en y pensant. C'est assez étonnant et je continue de ne pas comprendre cela, en ayant été un mathématicien toute ma vie. Comment les choses peuvent-elles être là sans vraiment être là ? Il n'y a aucun doute que 2 est là, ou 3 ou la racine carrée de Omega. Ce sont des choses très réelles. Je ne sais toujours pas en quel sens les objets mathématiques existent, mais c'est un fait. Bien sûr, il est difficile de dire en quel sens un chat est là dehors, également, mais nous savons que le chat est là, définitivement. Les chats ont une réalité entêtée mais peut-être que les nombres sont têtus aussi. Vous ne pouvez pas faire aller un chat dans une direction qu'il ne veut pas suivre. Vous ne pouvez pas faire ça non plus avec un nombre. J'utilise seulement le mot "nombre" parce que vous avez une vague idée dans la tête de ce que je veux dire. Les objets qu'un mathématicien étudie sont plus abstraits que les nombres mais très réels.

Je pense souvent aux chats. Je pense aux arbres. Je pense aux chiens occasionnellement mais je ne pense pas trop à eux parce que les chiens sont agréables. Ils font ce que vous souhaitez qu'ils fassent en quelque sorte. Certaines personnes pensent que les mathématiques sont ce que vous croyez qu'elles sont et qu'elles sont créées par nos esprits. Je ne le crois pas. Je suis un platonicien de cœur, bien que je sache qu'il y a de très grandes difficultés à adopter ce point de vue.

Jean-Pierre Serre
Algèbre, géométrie, théorie des nombres, topologie
Médaillé Fields, Prix Abel
Professeur honoraire, Collège de France

Je préfère fermer les yeux quand je pense aux mathématiques. Je fais mon meilleur travail de nuit, dans un demi-sommeil. Parfois je vais me coucher en pensant, "Ah, j'ai un joli lemme à prouver - ou réfuter." (Devrais-je expliquer ce qu'est un lemme ? Un grimpeur en montagne doit s'accrocher à des prises pour passer d'un niveau au suivant. Les lemmes sont les prises du mathématicien.) Bien sûr, on doit écrire les choses plus tard, ne serait-ce que pour la publication. Parfois vous trouvez alors que ce que vous aviez pensé était faux, mais c'est assez rare.

Ma thèse est un cas typique. Il y avait une nouvelle idée simple au premier abord mais plutôt puissante (la "fibration d'un espace bouclé" trouvée de nuit, dans un train). Cette idée de base n'était pas suffisante : il y avait une partie technique qui nécessitait un lemme plutôt difficile. Pendant trois jours, je ne pouvais voir la preuve de ce lemme que lorsque j'étais étendu dans mon lit, yeux fermés. Après ça, je le compris suffisamment pour pouvoir l'écrire et ma thèse était essentiellement terminée.

À ce moment-là, je travaillais dans une branche des mathématiques appelée topologie. Deux ans après, je commençais à faire quelque chose d'autre : les équations à plusieurs variables complexes (le sujet favori de mon tuteur de thèse Henri Cartan). Cela ne dura pas longtemps. Après une année, je fus attiré par la géométrie algébrique, et alors par la théorie des nombres, la théorie des groupes, etc. Le résultat final est que, même maintenant, je ne suis un expert d'aucun sujet !

Je crois que je devrais vous parler des quelques conjectures que j'ai faites dans la fin des années cinquante. Qu'est-ce qu'une conjecture ? C'est quelque chose qui l'on ne peut pas prouver mais dont on s'attend à ce que ça soit vrai et intéressant. J'en ai fait quelques-unes, dont certaines complètement fausses quand j'avais moins de trente ans. Je suis devenu plus précautionneux avec l'âge. Quelques unes de ces conjectures ont été beaucoup étudiées par de nombreuses personnes. Parmi elles, il y a celles sur la cohomologie de Galois qui sont appelées "conjecture I" et "conjecture II." La conjecture I est maintenant un théorème (elle a été prouvée trois ans après que je l'ai faite). Tandis que la conjecture II est toujours ouverte quarante-cinq ans après, mais la plupart des cas particuliers ont été démontrés. Peut-être s'avèrera-t-elle fausse dans les autres cas ? Je ne pense pas que cela soit, mais ce que j'espère vraiment, c'est qu'elle sera résolue : oui ou non !

Si vous cherchez sur le web "conjecture de Serre", vous en trouverez probablement une différente (sur les représentations de Galois) que j'ai faite au début des années 70 (et dont j'ai proposé une forme plus restreinte dans le milieu des années 80).

Elle est devenue très populaire pour deux raisons : elle est reliée au dernier théorème de Fermat (la mauvaise raison) et c'est une première marche vers le "programme de Langlands en caractéristique p" (la bonne raison). Elle semblait hors d'atteinte jusqu'à il y a environ cinq ans, quand soudainement, quelqu'un eut une brillante idée et en résolut une grosse partie. Maintenant, avec l'aide de différentes personnes, il semblerait que cette conjecture soit morte : c'est devenu un théorème ! En effet, dans quelques semaines, j'assisterai à une conférence de deux semaines près de Marseille pendant laquelle la preuve sera résumée et expliquée (même deux semaines ne sont pas suffisantes pour donner les détails complets).

Quand j'ai fait cette conjecture, dans sa forme restreinte, j'ai décidé de l'écrire dans un formalisme avec lequel j'étais familier, je savais que ça devrait être fait autrement. Les deux expressions étaient bien sûr similaires, mais non a priori équivalentes. Il y avait un conflit entre ma décision consciente de rendre les choses "faciles" et mon désir inconscient de ce que ça n'était pas "le bon chemin". Ce conflit m'a hanté ; cela m'a rendu très mécontent. Il y eut même une nuit horrible pendant laquelle j'eus l'impression qu'il y avait deux parties de mon cerveau qui se battaient l'une contre l'autre et que ça tournait mal. Ensuite, quelques mois plus tard, je trouvai un exemple montrant que les deux points de vue ne sont pas équivalents, et que le point de vue correct n'est pas celui que j'avais choisi. Mais j'ai aussi vu que, dans tous les cas vraiment intéressants, ils sont équivalents. Curieusement, trouver ce "contre-exemple" m'a rendu incroyablement heureux : les deux côtés de mon cerveau s'étaient réconciliés. Happy end.

Kate Adebola Okikiolu
Géométrie analytique, géométrie spectrale
Professeure de mathématiques, Université de Californie, San Diego

Ma mère est britannique, d'une famille syndicaliste et très intéressée par la lutte des classes ; elle a rencontré mon père, qui est Nigérien, quand ils étaient tous les deux étudiants en mathématiques à Londres. Mon père était un mathématicien très talentueux, et après que mes parents se soient mariés, il a obtenu un poste dans le département de mathématiques de l'Université d'Est Angleterre. Pendant mon enfance, l'école que je fréquentais était très homogène d'un point de vue ethnique. Je ne pus échapper à de lourds problèmes de racisme, alors que ma mère expliquait tout de manière politique. Mes parents se séparèrent après que mon père ait démissionné de son poste universitaire pour se focaliser sur ses inventions, et ma mère termina ses études et devint professeur dans une école de mathématiques. Nous partîmes habiter dans la banlieue très cosmopolite de Londres, ce qui fut comme une nouvelle naissance pour moi ; c'est là que mon intérêt pour les mathématiques a réellement commencé. J'ai appris les mathématiques en autodidacte, en lisant des livres, ce qui est peut-être étrange dans la mesure où mes deux parents étaient impliqués dans cette matière. En même temps, je consacrais beaucoup de temps à étudier l'art et je voulais mener une carrière dans cette direction jusqu'à ce que je sois finalement convaincue par ma famille que je devrais d'abord travailler pour obtenir des diplômes en mathématiques pour assurer que je pourrais gagner ma vie. J'allai à Cambridge, ce qui représente un second changement majeur dans ma vie. Comme j'apprenais davantage de mathématiques, je vis qu'elles constituaient un monde entier dans lequel de nombreuses personnes choisissaient de vivre, un monde en bien des manières plus réel que le monde réel : il semble permanent, éternel, et offre un sens profond de sécurité parce que presque toutes les personnes qui le comprennent s'accordent sur ce qu'est la vérité.

Lorsque je finis à Cambridge, j'étais très impliquée dans les mathématiques et je ne souhaitais plus d'autre carrière. Je partis à UCLA pour un travail diplômant, ce qui représente encore un changement radical dans ma vie. Après mes diplômes, j'obtins un poste à l'Université de Princeton, où je restais quatre ans et où je rencontrai mon mari, qui est aussi un mathématicien. Après ça, je passai deux années au MIT, et ces dix dernières années, mon mari et moi avons travaillé à UCSD. Nous avons deux enfants.

Mon champ de recherches est le domaine de la géométrie spectrale, l'étude de la façon donc la forme d'un objet affecte ses modes de résonance. Une question célèbre de ce domaine est "peut-on entendre la forme d'un tambour ?". La géométrie spectrale fait se rejoindre différentes parties de la science, incluant l'ingénierie et la physique, aussi bien qu'un certain nombre de domaines différents des mathématiques. Pourtant, des questions de nature assez différentes sont étudiées dans chaque discipline. Je suis une mathématicienne analyste, ce qui me permet d'apprécier l'infini et l'infinitésimal. En ce moment, une des choses sur lesquelles je travaille est de comprendre quelle est la longueur d'onde totale d'une surface comme une sphère, ou quelque chose de complexité plus grande, comme la surface d'un bagel ou d'un bretzel. Quelle est sa longueur d'onde totale ? Si vous frappez une surface, elle peut résonner à n'importe laquelle d'une des fréquences d'une liste, et la longueur d'onde du son produit par la vibration est inversement proportionnelle à la fréquence. Dans un modèle mathématique idéalisé, il y a un nombre infini de longueurs d'onde possibles. La longueur d'onde totale devrait être la somme de toutes ces longueurs d'onde individuelles sauf que la somme infinie est égale à l'infini. Heureusement, un nombre fini peut lui être assigné par un processus légèrement élusif appelé régularisation. (Ce processus est aussi utilisé en physique pour mystérieusement obtenir des réponses justes à des formules qui n'ont vraiment pas de sens !). Je me suis d'abord intéressée à la longueur d'onde totale comme modèle lié à une question qui peut être rapidement dite comme "peut-on entendre la forme de l'univers ?". Pourtant, la longueur d'onde totale est un concept que l'on retrouve dans différentes parties des mathématiques et ces relations m'intriguent.

Bien que je ne puisse dire qu'il est facile d'équilibrer mes ambitions en recherche mathématique avec le désir d'être de bons parents, des enseignants inspirants, ou des personnes qui participent à un changement social positif du monde, je me sens très chanceuse de pouvoir passer ma vie à affronter ces défis, qui sont extrêmement intéressants et importants pour moi.

Karen Keskulla Uhlenbeck
Équations différentielles partielles, théorie de gauge
Prix Abel
Professeure de mathématiques Sid W. Richardson Regents, Université du Texas, Austin

Il serait facile de dire soit trop peu soit trop à propos du passé. J'ai été une enfant chanceuse, grandissant dans le climat du monde de l'après-seconde guerre mondiale. Nous jouions dans les collines rurales du nord du New Jersey, en nous préparant avec chance au grand monde de la culture : art, musique, science, et intellect. Ma mère, une artiste, reste une influence majeure de ma vie bien qu'elle soit morte il y a de nombreuses années. À travers elle, j'ai reçu exactement la bonne dose d'introduction à des styles de vie non traditionnels et d'ambition intellectuelle.

Nous devrions nous rappeler qu'une fille ne devenait pas mathématicienne en faisant ce que l'on attendait d'elle dans les banlieux du New Jersey. Je découvris, par mon père ingénieur, les livres populaires du physicien George Gamow et de l'astronome Frederick Hoyle. Je souhaitais en moi-même que ma vie future incluât des activités à la fois scientifiques et d'extérieur. J'aurais aimé tout faire ; c'est peut-être seulement accidentellement si je suis devenue si forte en mathématiques et si j'ai tant aimé cette matière.

J'ai appris les mathématiques en tant qu'étudiante de première année à l'Université du Michigan. Je me rappelle encore le frisson de prendre les limites pour calculer les dérivées, et les petites boîtes utilisées pour prouver le théorème de Heine-Borel. La structure, l'élégance, et la beauté des mathématiques m'ont frappée immédiatement, et j'ai perdu mon cœur pour elles. Je me rappelle très vivement les premiers théorèmes que j'ai compris, et même les théorèmes que j'ai prouvés moi-même... en regardant juste dans le livre, en y pensant, et en inventant sans même jeter un coup d'œil rapide au texte. De là, la marche d'escalier vers la recherche mathématique n'a pas été très haute. Je me régale toujours à la minute et j'aime ces petites réussites personnelles, même si de grandes structures compliquées et très impersonnelles construites sur ces petites idées continuent de me remplir d'admiration.

J'ai eu le privilège d'être l'une des actrices d'un des plus grands développements des mathématiques des trente dernières années. Durant cette période, la théorie et la structure des équations différentielles partielles ont été utilisées et développées dans le but d'étudier la géométrie. Beaucoup d'idées centrales viennent de la physique théorique. J'ai eu une vie intellectuelle excitante. Expliquer le pouvoir et la beauté des mathématiques à des personnes extérieures à la discipline est difficile. Les mathématiques prennent des idées dans le monde extérieur et elles les rendent abstraites, jonglent avec pour créer de la structure, et ensuite les recrachent avec des conséquences incroyablement larges et utiles. La meilleure comparaison que la plupart d'entre nous faisons est une comparaison avec la structure musicale. De nombreux mathématiciens sont des musiciens sérieux.

Que faut-il pour être mathématicien ? Mon expérience a été que l'ingrédient essentiel est la fascination pour la théorie et la manipulation des structures. Cela ne requiert pas d'être brillant, mais plutôt d'aimer ce grand jeu !

Je ne suis pas sûre d'être heureuse que les mathématiques soient utiles. L'utilité fait souvent plus de mal que de bien (pour citer ma mère). Je suis contente d'obtenir des récompenses esthétiques.

Sir Michael Francis Atiyah
Topologie algébrique, géométrie algébrique
Médaillé Fields, Prix Abel
Premier maître du Trinity College, Université de Cambridge; Premier directeur de l'Institut Isaac Newton, Cambridge ; et Professeur honoraire de mathématiques, Université d'Edinburgh

De nombreux scientifiques du vingtième siècle émergèrent de contextes complexes, forcés d'émigrer à cause de l'oppression de l'Allemagne nazie. Ce cosmopolitanisme forcé peut avoir élargi leurs perspectives et aidé à la suite de leur carrière. Alors que je n'étais pas, quant à moi, un réfugié d'Hitler, j'ai effectivement fait des allers-retours dans mon enfance, entre l'Europe et le Moyen-Orient. Ma mère était écossaise, mon père libanais, et nous vivions à Khartoum. J'ai fait mes études secondaires jusqu'à l'âge de seize ans en Egypte, et ma grand-mère vivait au Liban.

En 1945, nous sommes partis en Angleterre, et après mes études à Cambridge, nous avons passé la plupart du temps aux États-Unis. Je trouve difficile de répondre à la question "D'où êtes-vous originaire ?". De la même façon, je trouve une difficulté identique à répondre à la question "Quel genre de mathématicien êtes–vous ?". En général, j'élude la question en disant simplement que je suis un géomètre au sens large, sécurisé par le confortable "Dieu est un géomètre". Pour moi, il y a juste un monde, même si des parties de lui nous sont plus familières que d'autres, de la même façon, il y a une seule mathématique. Je n'aime pas les frontières, politiques ou intellectuelles et je trouve que les ignorer est un catalyseur essentiel de la pensée créative. Les idées peuvent ainsi circuler sans obstacle à leur libre cours.

Ma propre trajectoire mathématique a commencé en géométrie algébrique et je suis passé par petites étapes naturelles vers la topologie et la géométrie différentielle et vers l'analyse et finalement vers la physique théorique. À chaque étape, c'était un processus très social, dans lequel des amitiés soudées se sont formées, qui ont élargi mes horizons. Fritz Hirzebruch à Bonn fut mon premier collègue et mentor, et sa rencontre annuelle Arbeitstagung devint un grand lieu de rencontres pour ma génération. Jean-Pierre Serre à Paris et Princeton m'a éduqué par la clarté et l'élégance de sa pensée et de son enseignement.

À Princeton et plus tard, à Harvard et au MIT, j'ai forgé de proches partenariats avec Raoul Bott et Is Singer, qui m'apprit les groupes de Lie et l'analyse fonctionnelle. De retour à Oxford, je fis ma première tentative vers la physique moderne sous le parrainage de mon vieil ami Roger Penrose. Cette modeste incursion se développa ensuite en une préoccupation majeure sous la stimulation et le guidage d'Edward Witten. Les années suivantes, j'eus la chance d'attirer de nombreux étudiants très brillants, dont certains devinrent, finalement, des collègues ou des collaborateurs. J'ai beaucoup appris d'eux, réalisant en même temps comment le goût mathématique et les compétences sont le reflet de la personnalité, les perspectives doivent être accueillies et la créativité s'épanouit mieux avec un minimum de guidage et un maximum de liberté et d'encouragement.

Les mathématiciens sont généralement perçus comme des sortes de machines intellectuelles, de gros cerveaux qui mangent des nombres et recrachent des théorèmes. En fait, nous ressemblons, comme le disait Hermann Weyl, davantage à des artistes créatifs. Bien qu'extrêmement constraints par les règles de la logique et les expérimentations physiques, nous utilisons notre imagination pour faire de grands sauts dans l'inconnu. Le développement des mathématiques pendant des milliers d'années est l'une des plus grandes réalisations de la civilisation. Quelques mathématiciens, notamment G. H. Hardy, glorifièrent leur "pureté" et dédaignèrent tout ce qui était utile et appliqué. Je prends le parti opposé et je suis très content si quelque chose que j'ai fait s'avère avoir une utilité pratique. Plus généralement, je vois les mathématiques comme contribuant à la science et à la société et comme une partie intégrante de l'éducation et de l'apprentissage.

Comme résultat de cela, j'ai toujours considéré que c'est une responsabilité que d'endosser des rôles généraux comme la présidence de la Société Royale, la direction du Trinity College, Cambridge ou la présidence de Pugwash[4]. Nous mathématiciens dépendons en fin de compte de la société pour subsister et avons le privilège de travailler sur un sujet qui nous passionne. En retour, nous devons de diverses manières, rendre ce tribut et encourager nos concitoyens à regarder notre étrange profession de manière amicale et tolérante.

Manjul Bhargava
Algèbre, théorie des nombres
Professeur de mathématiques, Université de Princeton

J'ai toujours aimé les mathématiques. Enfant, j'aimais les formes et j'aimais les nombres. L'un de mes plus anciens souvenirs mathématique, je devais avoir environ huit ans, est l'empilement d'oranges (qui était destinées au robot à jus à la maison !) en large pyramides. Je voulais savoir combien d'oranges il fallait pour fabriquer une pyramide triangulaire avec n oranges sur un côté. J'y ai beaucoup pensé, et finalement, j'ai trouvé que la réponse était $n(n+1)(n+2)/6$ oranges. Ça a été un moment très marrant et excitant pour moi ! J'ai aimé pouvoir prédire exactement combien il fallait d'oranges pour une pyramide de taille donnée.

Mes plus grandes influences pendant mon enfance furent celles de mon grand-père, un professeur de sanskrit renommé et un historien de l'Inde ancienne, et ma mère, une mathématicienne étant également profondément intéressée par la musique et la linguistique. Comme résultat, j'ai aussi développé beaucoup d'intérêt pour le langage, et la littérature, particulièrement pour la poésie sanskrite, et pour la musique classique indienne. J'ai appris à jouer d'un certain nombre d'instruments, comme la cithare, la guitare, le violon, et le clavier. Mais par dessus tout, ce que j'aime le plus, ce sont les percussions ! Mon instrument favori était le tabla, une paire de tambours, que j'ai commencé à apprendre enfant et dont je continue à jouer aujourd'hui, en pratiquant dès que j'ai du temps. J'ai toujours trouvé ces trois sujets - la musique, la poésie et les mathématiques - très proches. C'est vrai, dans une large mesure, pour tous les praticiens en mathématiques pures. À l'école, les mathématiques sont en général regroupées avec les sciences. Mais pour les mathématiciens, les mathématiques, comme la musique, la poésie ou la peinture, sont un art créatif. Tous ces arts impliquent - et également nécessitent - un certain feu créatif. Tous ces arts s'efforcent d'exprimer des vérités qui ne peuvent pas l'être dans le langage de tous les jours. Et ils tendent aussi vers la beauté.

La connexion entre la musique / poésie et les mathématiques n'est pas seulement juste une connexion abstraite. En grandissant, j'ai appris de mon grand-père que des mathématiques incroyables avaient été découvertes dans l'ancien temps par des savants qui ne se considéraient pas eux-mêmes comme des mathématiciens, mais plutôt comme des poètes (ou des

[4] Pugwash est une organisation de figures publiques influentes dont le but est de réduire les conflits armés et de rechercher des solutions coopératives aux problèmes globaux.

linguistes). Les linguistes comme Panini, Pingala, Hemachandra, et Narayana découvrirent des concepts mathématiques merveilleux et profonds en étudiant la poésie : les histoires que mon grand-père me racontait à leur sujet étaient très inspirantes.

Il y a un exemple qui m'a particulièrement fasciné à la fois comme mathématicien et comme batteur. Dans les rythmes de la poésie sanskrite, il y a deux sortes de syllabes, les longues et les courtes. Une longue syllabe dure deux temps, une courte un seul. Une question qui émergea naturellement à l'esprit des anciens poètes était "combien de rythmes différents y a-t-il contenant (disons) huit temps, en utilisant des syllabes longues et des courtes ?" (Par exemple, on peut avoir long-long-long-long, ou court-court-court-long-long-court.)

La réponse a été donnée par le travail classique de Pingala Chandashaastra, un travail qui remonte environ aux années 500 avant J-C. Voici cette élégante solution. Vous construisez une séquence de nombres comme ceci : d'abord vous écrivez les nombres 1 et 2. Et ensuite, chaque nombre suivant à écrire est obtenu en ajoutant les deux nombres précédents. Cela résulte en la séquence de nombres 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89... Le n-ième nombre écrit vous dit le nombre total de rythmes, constitué de syllabes courtes et longues, durant n temps. Ainsi pour huit temps, la réponse est qu'il y a trente-quatre tels rythmes au total.

Ces nombres sont appelés les nombres de Hemachandra, d'après le linguiste du onzième siècle qui le premier prouva leur méthode d'engendrement. Ils sont aussi connus sous le nom de nombres de Fibonacci en Occident, d'après un mathématicien qui écrivit à leur sujet au douzième siècle. Ces nombres jouent un rôle important maintenant dans tant de parties des mathématiques ! Ils surgissent aussi en botanique et en biologie. Par exemple, le nombre de pétales d'une marguerite tend toujours à être l'un des nombres de Hemachandra, comme le nombre des spirales sur une pomme de pin (pour des raisons que les mathématiciens comprennent maintenant !).

Cette histoire m'a inspiré quand j'étais enfant parce qu'elle est un merveilleux exemple d'un concept simple se développant en quelque chose de si omniprésent, si important et si profond. En un certain sens, c'est le genre de mathématiques qui m'inspirent encore aujourd'hui, et vers lesquelles j'essaie de diriger mes efforts, quand je mène mes recherches en théorie des nombres. Je pense que la même chose est vraie pour tous les mathématiciens. Il s'agit de trouver de simples questions et idées qui amènent à explorer des royaumes inattendus - et à de profondes, élégantes et durables mathématiques.

Marie-France Vigneras
Théorie algébrique des nombres, programme de Langlands
Professeure de mathématiques, Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris

J'ai grandi au Sénégal. Je le mentionne parce que j'ai reçu un prix des années plus tard en prouvant qu'on ne peut pas entendre la forme d'un tambour : au sens mathématique, il existe des tambours différents qui ne peuvent pas être distingués par leur son. La question a été soulevée alors que j'assistais à une conférence en Californie en 1977 et cela m'a rappelé les nuits en Afrique lorsque j'écoutais les Sénégalais jouant du tambour et dansant au dehors de notre maison ; j'avais essayé de deviner quels instruments c'étaient à partir de leur son.

D'heureuses coïncidences comme celle-ci sont souvent responsables de théorèmes. Les idées viennent alors qu'on est couché dans son lit ou en train d'assister à une conférence ou lors d'un concert, quand il n'y a pas de contrariétés, pas d'enseignement ou de ménage, pas de stress. Imaginez-vous dans une forêt. Vous appréciez la beauté de la nature et il ne fait pas froid, mais la lumière baisse et il est temps de quitter la forêt. Vous essayez un chemin étroit mais il se termine rapidement. Vous revenez en arrière et en essayez un autre ; ils semblent tous les mêmes et il fait de plus en plus sombre. Vous vous arrêtez et restez immobile. Vous attendez et attendez, avec vos sens en alerte pour voir l'invisible, pour ressentir l'indescriptible, pour écouter le silence. Et cela arrive soudainement : une direction devient plus dense, ou plus lumineuse. C'est pour expérimenter ces moments intenses que je suis devenue mathématicienne. Il faut de l'énergie, de la concentration et travailler dur pour écrire des preuves. Vous devez faire attention. Les erreurs ont vite fait de s'y glisser. En tant que mathématiciens, vous jouez et rêvez mais vous ne trichez pas. Vous ne pouvez pas tricher en mathématiques. La vérité est si importante. Résoudre un problème par une preuve est excitant et gratifiant parce que c'est vrai pour toujours.

Je suis devenue mathématicienne par chance (à commencer par le fait d'avoir eu un bon professeur à Dakar, Damon, et d'avoir reçu l'excellente éducation française de l'époque) et je vis une vie simple. J'enseigne quatre mois par an et je fais des mathématiques le reste de l'année. J'adore les deux. Les mathématiques sont la chose la plus profonde de ma vie et elles m'influencent beaucoup. Je pense que je suis différente de, disons, mes voisins, mais pas si différente des historiens, des écrivains, des poètes et des artistes.

Mikhael Leonidovich Gromov
Théorie géométrique des groupes, géométrie différentielle
Professeur Jay Gould de mathématiques, Institut Courant de Sciences mathématiques, Université de New York, et Professeur, Institut des Hautes Études Scientifiques

L'empreinte du monde dans nos esprits n'est pas photographique ; tous les cerveaux savent que le monde extérieur est une séquence chaotique d'impulsions électriques et en dehors de cela, notre cerveau crée l'entité structurelle qui est notre perception de ce que nous voyons et entendons. La plupart du temps, un cerveau d'adulte se parle à lui-même et crée de plus en plus de structures raffinées en lui-même. Le mot "structure" signifie une structure mathématique, quelque chose qui devient de plus en plus abstrait et de mieux en mieux organisé logiquement au cours de cette auto-conversation. La capacité mathématique du cerveau de chaque personne excède de très loin celle des plus grands génies de tous les temps. Personne, étant données les entrées avec lesquelles le cerveau commence, ne pourrait être capable de parvenir à un tel niveau d'abstraction, par exemple à la symétrie à cinq feuillets (d'une étoile de mer) que vous, ou plutôt votre cerveau, reconnaît instantanément indépendamment de la taille, de la forme ou de la couleur particulière de l'objet considéré.

Et alors, à un certain moment, ce processus de création de structures par le cerveau entre en contact avec la partie linguistique du cerveau et génère des pensées qui peuvent être perçues et dirigées par notre cerveau conscient. Là commencent les mathématiques. Votre cerveau, de façon inhérente, est dirigé pour une raison inconnue et par un processus inconnu, vers la création de structures qui sont des abstractions des données en entrée que le cerveau reçoit. Quand de telles entrées reflètent les structures déjà créées par le cerveau à partir du monde extérieur, le cerveau commence à analyser ces structures. Quand ce processus atteint la surface (le minuscule fragment de votre activité cérébrale que nous appelons la conscience), cela devient des mathématiques.

Nous sommes tous fascinés par les schémas structurels : la périodicité d'un morceau de musique, la symétrie d'une décoration, l'auto-similarité des images par ordinateur de fractales. Et les structures déjà préparées en nous-mêmes sont les plus fascinantes de toutes. Hélas, la plupart d'entre elles nous sont cachées. Quand nous réussissons à mettre ces structures-dans-les-structures en mots, elles deviennent des mathématiques. Elles sont abominablement difficiles à exprimer et à faire comprendre aux autres. Pensez à un village de personnes sourdes où la musique serait communiquée en écrivant des partitions. Petit à petit, vous apprenez comment entendre la musique écrite dans les partitions et votre cerveau l'entendant reçoit un fantastique choc ; alors le cerveau en demande de plus en pus. Les cerveaux sont nos maîtres, avec seulement 2 pour cent du poids total de notre corps, ils nécessitent 20 pour cent de nos ressources en oxygène ; vous ne pouvez résister à leurs commandes. Vous devenez un mathématicien, un esclave de cette insatiable faim de votre cerveau, des cerveaux de tout le monde, pour mettre en structures tout ce qu'il reçoit comme données.

Maryam Mirzakhani
Théorie ergodique, théorie de Teichmüller
Médaillée Fields
Professeure de Mathématiques, Université de Princeton

J'ai grandi en Iran et j'ai eu une enfance heureuse. Il n'y avait pas de scientifiques dans ma famille, mais j'ai appris beaucoup d'un frère plus âgé, qui était toujours intéressé par les maths et les sciences. Autour de moi, les femmes étaient encouragées à être indépendantes et à développer leurs centres d'intérêt. Je me rappelle de programmes à la télé à propos de femmes célèbres et fortes, comme Marie Curie et Helen Keller: j'admirais les personnes qui étaient passionnées par leur travail, et j'étais impressionnée par des livres comme *La lutte pour la vie*, à propos de Vincent Van Gogh. Pourtant, lorsque j'étais petite fille, je rêvais de devenir écrivain, et écrire des romans était mon passe-temps favori.

Plus tard, j'ai participé à des compétitions de maths et je suis devenue de plus en plus intéressée par le fait de faire des mathématiques. J'avais beaucoup de bons amis qui étaient aussi intéressés par les mathématiques, ce qui a rendu mes années de premier cycle universitaire très excitantes et inspirantes. J'ai majoré en maths et je suis allée à Harvard en second cycle universitaire. Lorsque j'ai travaillé à Harvard avec Curt McMullen, je me suis intéressée à différentes parties des mathématiques liées à la dynamique et à la géométrie des surfaces de Riemann. Sa grande culture et sa perspicacité ont eu une grande influence sur moi.

Les départements de maths ont tendance à être très dominés par les hommes et parfois cela est intimidant pour de jeunes femmes. Après avoir dit ça, cependant, je n'ai jamais rencontré de problèmes parce que je suis une femme, et j'ai eu des collègues d'un grand soutien. Cependant, la situation est loin d'être idéale. Je crois que les femmes sont capables de faire le même travail que les hommes, mais leur temps est différent. Il peut être plus facile pour un homme de se concentrer sur de longues périodes et de faire plus de sacrifices pour son travail. Également, ce que la société attend des femmes est différent de ce que nécessite la recherche. Il est très important de rester confiante et motivée.

J'ai surtout travaillé sur des problèmes liés à la géométrie des surfaces et j'ai barboté dans les domaines liés à ça. L'analyse complexe et la théorie ergodique m'ont toujours fascinée.

J'apprécie d'apprendre différentes parties des mathématiques et de comprendre les connexions entre elles. Le merveilleux aspect des problèmes concernant les surfaces de Riemann est la connexion avec tant de champs des mathématiques, incluant la théorie ergodique, la géométrie algébrique et la géométrie hyperbolique.

Je suis très lente pour faire de la recherche. Je ne crois pas aux frontières entre les différentes parties des mathématiques. J'aime penser à des problèmes stimulants qui m'excitent, et suivre le chemin où ils me mènent. Cela me permet d'interagir avec de très nombreux sympathiques collègues et d'apprendre d'eux. D'une certaine façon, faire des mathématiques, c'est comme écrire un roman dans lequel votre problème évolue comme un personnage vivant. Pourtant, vous devez être très précis dans ce que vous dites : tout s'emboîte bien ensemble comme les engrenages dans une horloge.

Marina Ratner
Théorie ergodique
Professeure de mathématiques, Université de Californie, Berkeley

Je suis née et j'ai grandi à Moscou. Je suis tombée amoureuse des mathématiques en cinquième classe[5]. Traditionnellement le niveau d'enseignement dans les grandes villes de Russie était très élevé. Le programme scolaire en math était rigoureux et stimulant. J'étais fasciné par le raisonnement mathématique en algèbre et en géométrie, raisonnement qui était beau et excitant. Les maths sont venues naturellement à moi et je ressentais une satisfaction incomparable à résoudre des problèmes difficiles.

Il n'y avait pas de mathématiciens dans ma famille. Mon père était un physiologiste des plantes très connu et ma mère était chimiste. À la fin des années 40, ma mère fut licenciée de son travail pour avoir correspondu avec sa mère en Israël, qui était considéré par le régime soviétique comme un état ennemi. Ce furent des années terribles, pour les juifs soviétiques. En 1952, l'anti-sémitisme de l'union soviétique était à son pic. On pouvait être licencié ou arrêté à tout moment. Mon père faillit être licencié également, mais la mort de Staline en 1953 lui permit de conserver son travail.

En 1956 j'essayai d'entrer à l'université d'état de Moscou. Ce fut l'année où Staline fut dénoncé et un dégel relatif temporaire du régime soviétique ramena à la vie le peuple soviétique. Pour la première (et courte) fois, l'université de l'état de Moscou ouvrit ses portes à des candidats juifs. Le département de math de l'université d'état de Moscou était l'un des meilleurs du monde. À mon examen d'entrée, on me demanda de résoudre onze problèmes au tableau. J'en résolus seulement dix. Je quittai l'examen convaincue que j'avais échoué et que je ne serais pas admise. Mais je l'étais, et cela fut un tournant dans ma vie.

J'ai principalement étudié les mathématiques et la physique et les cours obligatoires de marxisme et d'histoire du parti communiste. Je me spécialisai en théorie des probabilités, ce qui à ce moment était une partie des mathématiques très à la mode et inspirée par le grand mathématicien russe A. N. Kolmogorov. Il y avait beaucoup d'étudiants très talentueux et de jeunes étudiants travaillant avec lui alors, et la vie mathématique autour de lui était nourissante et stimulante.

Après l'obtention de mon diplôme, je travaillai pendant quatre ans avec le professeur Kolmogorov dans son groupe de statistiques appliquées et j'enseignais dans son école pour des étudiants de lycée doués. J'eus beaucoup de chance de connaître et de travailler avec ce si grand homme, qui éleva et inspira des générations de mathématiciens.

Par la suite, j'allai en école diplômante sous la supervision de Yakov G. Sinai, un des plus importants étudiants de Kolmogorov. Bien que très jeune à ce moment-là, Sinai avait déjà apporté des contributions fondamentales à la théorie ergodique, une partie des mathématiques reliée à la théorie des probabilités qui trouvait son origine dans la thermodynamique

[5] correspondant à la première année de collège, la classe de sixième en France.

et la physique statistique. Sinai demandait que ses étudiants aient une éducation mathématique large. Cela m'aida énormément dans mes recherches futures. Dans ma thèse, j'étudiai la théorie ergodique des flots géodésiques sur les surfaces à courbure négative, émergeant géométriquement des systèmes dynamiques ayant un comportement extrêmement aléatoire.

En 1971, peu de temps après avoir obtenu mon PhD[6], j'émigrai en Israël et commençai à travailler comme assistant à l'université hébraïque de Jérusalem. Les étudiants en Israël étaient brillants et motivés. J'ai immensément apprécié d'être leur enseignant. Pendant ces années, je continuai mon travail sur les systèmes dynamiques géométriques et je correspondais régulièrement avec Rufus Bowen, un jeune mathématicien de Berkeley qui travaillait dans le même domaine. Bientôt je reçus et acceptai une invitation du département de math de Berkeley pour joindre cette faculté. La vie mathématique y était florissante. Presque chaque jour quelqu'un venait avec une nouvelle idée ou faisait une nouvelle découverte.

J'en fis quelques unes, aussi. J'étudiais ce qu'on appelle les flots horocycles sur les surfaces courbées négativement, qui était reliés de très près aux flots géodésiques que j'étudiai plus tard : je découvris que contrairement aux flots géodésiques d'égale entropie, les flots horocycles sont statistiquement très différents et sont liés de manière rigide à la structure géométrique des surfaces sous-jacentes. Il se trouva que les idées que j'introduisis dans ce travail étaient fondamentales et qu'elles permettaient vraiment d'aller plus loin, spécialement pour les applications à la théorie des nombres. Je réalisai cela en 1984 à une conférence en Hongrie, où G. A. Margulis me dit qu'il avait été influencé par mes idées dans sa preuve de la conjecture d'Oppenheim en théorie des nombres. Ce fut un moment très heureux pour moi. Ensuite, ces idées m'amenèrent à trouver des preuves des conjectures de S. G. Dani et M. S. Raghunatan concernant les flots unipotents sur des quotients de groupes de Lie. Cela me donna un grand plaisir de voir mes théorèmes si largement appliqués pour résoudre beaucoup d'autres problèmes importants.

Pour moi, les maths font partie de la beauté de la Nature et je suis reconnaissant d'être capable de le voir. Quelles que soient les math qu'il m'arrive d'enseigner, j'aime communiquer leur beauté à mes étudiants.

Michèle Vergne
Représentations des groupes, géométrie différentielle
Directrice de Recherche, Centre National de la Recherche Scientifique, France

Qu'ai-je fait dans ma vie de mathématicienne ? Je pourrais regarder ma liste de publications et discuter de quelques-uns de mes vieux résultats. Pourtant le passé ne compte pour rien. Si je ne suis pas capable de démontrer quelque chose de nouveau maintenant, le fait que je l'aie eu fait avant est sans valeur. Et donc me voici, jour après jour, travaillant pendant des heures à la poursuite d'un but infiniment distant.

J'essaie de "comprendre". Je n'essaie pas de découvrir quelque chose de nouveau, mais plutôt de voir les "raisons essentielles" pour lesquelles quelques résultats sont vrais. Je retourne à la source, dans une tentative pour découvrir "la mère de toutes les formules". Les nouvelles idées des autres mathématiciens sont irritantes. J'aimerais tellement montrer qu'il y a une raison simple pour laquelle "tout ça" est vrai (au moins, quand j'étais jeune, j'avais cette arrogance).

[6]ma thèse.

Parfois, je suis parvenue à trouver de “plus hautes raisons” pour lesquelles un résultat était valide : une idée jaillit de mon travail passé et atterrit juste là devant moi, m’ordonnant de faire quelque chose. Pourquoi était-ce si facile de comprendre la formule de Plancherel pour les groupes nilpotents et si difficile pour les groupes réductifs ? J’ai été intriguée par cette question longtemps.

Tout à coup, une voix intérieure me parle et me dit que ça n’est pas plus difficile. Et la voix continue à me donner des ordres : “ajoute juste des termes et applique la formule de Poisson.” Le protagoniste invisible disparaît de la scène, me laissant avec tout ce travail. Merveilleux miracle, je vois le pont de lumière et le travail est facile à faire, je suis enchantée. Le résultat devient une conséquence logique d’un autre fait que je connais, et en un éclair, je peux annexer une petite partie des mathématiques à “mon monde”. Mais souvent, ce sentiment fugace de satisfaction disparaît et je réalise qu’il y a davantage de cas profonds que mes idées perspicaces sont incapables d’expliquer : j’ai “expliqué” la mesure de Plancherel d’Harish Chandra pour les groupes réductifs, mais qu’en est-il de la mesure de Plancherel pour les espaces symétriques ? Pour affronter ce cas plus général, ma nouvelle idée est impuissante. Je suis incapable de la prouver, ce qui fait que la valeur de ce que j’ai prouvé précédemment est réduite à néant.

Aujourd’hui, je peux voir une faible lumière sur un problème que j’ai eu à l’esprit longtemps. C’est l’assertion : *la quantisation commute avec la réduction.* C’est une belle conjecture de Guillemin-Sternberg, qui était clairement vraie, mais qui s’avéra difficile à démontrer dans le cas général. J’ai pu en prouver un cas facile. Un cas beaucoup plus difficile a été prouvé par un autre mathématicien il y a dix ans, en utilisant de la chirurgie. Pour moi, sa méthode par des cuts est laide. J’aurais aimé prouver cette conjecture avec mes propres méthodes. Longtemps après que la preuve complète ait été trouvée, je continuais de réorganiser mes propres arguments de toutes les manières possibles. Si je les répétais, encore et encore, les difficultés seraient forcées de disparaître. Mais elles ne disparurent pas. Ces tentatives infructueuses incessantes laissent une cicatrice. Je continue d’espérer découvrir où la difficulté était exactement, et aujourd’hui, je crois que je sais quel est le petit trou dans lequel la difficulté se cachait. Je crois qu’il peut être bouché facilement. Alors, peut-être, je pourrai reformuler et prouver le théorème d’une façon plus générale. Vraiment, pour ça, il me faut l’idée de quelqu’un d’autre, mais très récemment, en utilisant une idée brillante de l’un de mes étudiants pour expliquer un phénomène très similaire, je crois qu’on peut aussi l’utiliser pour comprendre ce cas. En tous cas, j’essaierai. Demain.

Noam D. Elkies
Théorie des nombres
Professeur de Mathématiques, Université d’Harvard

J’ai joué avec les nombres et la musique aussi loin que je puisse m’en souvenir avant d’avoir trois ans, selon les enregistrements de mes parents. La musique était omniprésente à la maison, du fait de la profession de ma mère qui était professeur de piano, mais elle se rappelle que ce furent les nombres qui piquèrent d’abord mon réel intérêt dans la musique. Dans les livres d’apprentissage du piano pour débutants, chaque note est souvent marquée d’un chiffre, son doigté, 1, 2, 3, 4 ou 5, pour le pouce, l’index, le majeur, l’annulaire et l’auriculaire, et au début, les doigtés correspondent exactement aux notes (parce que la main de l’étudiant ne bouge pas), et souvent aussi aux “degrés de l’échelle” (d’abord à travers les cinq notes de l’échelle) quand les notes sont jouées avec la main droite. Par exemple, l’“Ode à la joie” aurait pour doigté 334554321 123322 pour la main droite, et 332112345543344 pour la main gauche, avec la somme des doigtés correspondant des deux mains valant toujours

6. Bientôt, la musique devint une passion en elle-même, d'une part du fait de ma passion pour les nombres, mais aussi pour elle-même : alors que la musique partage certains outils de l'arithmétique de base (comme les rythmes ou l'harmonie, pas seulement les doigtés) et les préoccupations de hautes mathématiques (comme certaines formes et une économie des moyens), elles ont différents desseins.

Après avoir reçu tôt l'enseignement de mon père (ingénieur de métier) en math et de ma mère et de ma grand-mère maternelle en musique, j'eus la chance tout au long de mon enfance d'avoir accès à de merveilleux mentors, pairs, et autres ressources dans ces deux domaines, à la fois en Israël, où je vécus de la maternelle jusqu'au collège, et à New York après que nous y soyions retournés. Du côté math, ces ressources inclurent un "math lab" dans une classe élémentaire multi-cours et une introduction hébraïque à la géométrie euclidienne pendant mes années en Israël. De retour à New York, je lisais les colonnes de Martin Gardner dans le Scientific American ainsi que ses livres et je participai à l'équipe de math Stuyvesant au lycée, ce qui m'amena aux circuits des concours de maths locaux, nationaux, et internationaux pendant mes années de lycée. Je fus aussi introduit, ou le serais bientôt, à ce qui est devenu l'un des thèmes-clefs de mon travail de recherche jusqu'à aujourd'hui : la théorie des nombres - en particulier les courbes elliptiques - et les empilements de sphères dans différents espaces.

Vers la fin du lycée, j'avais déjà atteint une reconnaissance initiale à la fois en mathématiques (score parfait aux olympiades internationales de math, progrès sur un problème ouvert d'Erdös) et en musique (concerts Juilliard et BMI, enregistrements musicaux Broadcast Music Inc., récompenses pour mes compositions), mais il devint clair que je ne pourrais viser une carrière à la fois dans les deux domaines. Une raison pour laquelle j'ai choisi les mathématiques est que je m'attendais à pouvoir vivre de ce métier et continuer encore à jouer de la musique à un haut niveau, alors que la carrière d'un musicien professionnel ne m'aurait vraisemblablement pas permis de continuer à faire des mathématiques si ce n'est de façon récréative.

Un mathématicien professionnel mène une recherche originale pour créer de nouvelles mathématiques. J'avais déjà eu quelque expérience en recherche, mais pendant longtemps, mes meilleurs résultats n'étaient pas nouveaux : à chaque fois, je trouvais que Gauss, peut-être, ou Poisson, les avaient obtenus avant moi. Plus tard, c'était comme si j'avais tout de même progressé parce que les théorèmes que je redécouvrais dataient seulement d'une génération en arrière, et plus d'un siècle ou deux. Même lorsque je finis par trouver un nouveau résultat en théorie des nombres, c'était en partie parce que je n'étais pas familier avec les traditions classiques : dans ma thèse de doctorat, je prouvai une conjecture sur les courbes elliptiques qui était inaccessible parce que le plan standard d'attaque de cette conjecture commençait par une preuve de l'hypothèse de Riemann ! Ne sachant pas cela, j'essayais de mieux comprendre pourquoi cette conjecture pourrait être vraie et je finis par la prouver en combinant des éléments de théorie des nombres prouvés récemment avec une idée qui datait littéralement de l'époque d'Euclide..

Quelques mois plus tard, je trouvai le premier exemple d'une puissance quatrième d'un entier naturel qui est la somme de trois autres puissances quatrièmes d'autres nombres, ce dont Euler avait conjecturé en 1769 que c'était impossible. Plus de vingt ans et des douzaines d'articles après, cela reste mon résultat le plus connu. Alors que mes autres résultats sont d'une portée mathématique plus grande, la question des puissances quatrièmes est un de ces problèmes de théorie des nombres qui combine un énoncé attirant simple avec une difficulté de résolution bien plus grande.

J'ai eu de la chance de résoudre un tel problème, en particulier si tôt dans ma carrière, et je reste chanceux de pouvoir gagner ma vie en me consacrant à l'une de mes deux passions dans la vie. En mathématiques comme en musique, j'ai appris beaucoup plus de la littérature et des techniques des années intermédiaires, mais même quand j'utilise des outils modernes, je le fais non pour leur propre intérêt, mais au service de difficultés et beautés traditionnelles qui m'ont amené initialement à vouer tant de mon temps de vie à ce domaine.

Viscount Pierre Deligne
Géométrie algébrique, formes modulaires
Médaillé Fields
Professeur émérite de mathématiques, Institut d'Études Avancées, Princeton

Je suis né à Bruxelles. On m'a dit que quand j'étais petit, je surprenais les gesns parce que j'avais compris ce que sont les nombres négatifs. Pourquoi étaient-ils surpris ? Un thermomètre vous en donne une bonne image. J'avais de la chance parce que mon frère et ma sœur sont plus vieux que moi. Quand mon frère était à l'université, je pouvais regarder quelques-uns de ses livres et j'ai appris comment résoudre une équation du troisième degré. J'ai aussi eu de la chance de rencontrer M. Nijs, un professeur de lycée qui, voyant que j'étais intéressé, me donna de très bons livres à lire. Je voyais les maths à ce moment-là seulement comme un très joli jeu. Ce fut une merveilleuse surprise d'apprendre qu'on pouvait en même temps jouer et gagner sa vie.

Il y a un dicton qui dit que la géométrie, c'est l'art de penser juste sur des figures fausses. Je suis d'accord, en insistant sur le pluriel. Vous avez plus d'un dessin pour chaque objet mathématique. Chacun d'eux est faux mais nous savons comment chacun d'eux est faux. Cela nous aide à déterminer ce qui devrait être vrai. Cela nous permet de sauter d'une assertion à une autre. En mathématiques, c'est un plaisir quand vous réalisez que deux choses qui semblent n'avoir rien en commun, en fait, sont reliées : créer un dictionnaire entre deux questions est un outil puissant. Souvent quelque chose sera évident selon un certain point de vue mais vous donnera une information surprenante si vous le regardez selon un autre point de vue. En mathématiques, j'ai pu établir de telles connexions quelquefois.

Il y a des façons de penser très différentes parmi les mathématiciens. Certaines personnes sont très algébriques, elles peuvent penser avec des formules, et elles sont très rapides en calcul. D'autres pensent en termes d'images. D'autres peuvent être extrêmement précises. D'autres sont très vagues et peuvent seulement donner des idées. La diversité est utile parce que chaque manière de penser est complémentaire des autres.

En mathématiques, nous ne voyons pas les énormes collaborations que l'on voit en physique ou en biologie avec quarante participants. J'ai un certain nombre d'articles écrits conjointement, mais seulement un article avec quatre auteurs, et nous avons tous fait quelque chose de différent. La collaboration peut prendre la forme de l'écriture d'un article commun, mais elle peut aussi consister à parler avec les gens. Ils peuvent vous dire ce qui est évident pour eux qui n'est pas évident pour vous comme être conscients des écarts ou pointer ce que je ne comprends pas. J'ai eu la chance d'apprendre beaucoup de géométrie algébrique d'Alexander Grothendieck et les formes modulaires d'autres personnes. Les mathématiciens dans ces deux sujets souvent ne se parlaient pas les uns aux autres, mais j'ai pu utiliser une idée de Robert Rankin à propos des formes modulaires pour prouver quelque chose que les géométriciens algébriques voulaient vraiment savoir.

En mathématiques, il n'y a pas seulement des théorèmes. Il y a ce que nous appelons des "philosophies" ou "yogas," qui restent vagues. Parfois nous pouvons deviner la saveur de ce qui devrait être vrai mais nous ne pouvons faire une assertion précise. Quand je veux comprendre un problème, j'ai d'abord besoin d'avoir un panorama de ce qu'il y a autour. Une philosophie crée un panorama où vous pouvez mettre les choses en place et comprendre que si vous pouvez faire quelque chose là, vous pouvez faire des progrès autre part. C'est comme ça que les choses commencent à s'emboîter.

Quand j'étais étudiant à Paris, j'allais au séminaire de Grothendieck à l'IHES et au séminaire de Jean-Pierre Serre au Collège de France. Comprendre ce qui était fait dans chaque séminaire me prenait la semaine. J'ai ainsi appris beaucoup comme ça. Grothendieck me demandait d'écrire quelques-uns des séminaires et me donnait ses notes. Il était extrêmement généreux avec ses idées. Il ne fallait pas être paresseux ou il vous rejetait. Mais si vous étiez vraiment intéressé et que vous faisiez des choses qu'il aimait, alors il vous aidait beaucoup. J'ai beaucoup apprécié l'atmosphère autour de lui. Il avait les idées principales et l'objectif était de prouver les théories et de comprendre un secteur des mathématiques. Nous ne nous préoccupions pas trop de priorités parce que c'était Grothendieck qui avait les idées sur lesquelles nous travaillions et la priorité n'aurait rien signifié du tout. J'ai plus tard travaillé dans des domaines des mathématiques où les gens étaient très préoccupés par le fait de trouver un résultat les premiers et ils cachaient ce qu'ils faisaient aux autres. Je n'aimais pas ça. Il y a toutes sortes de mathématiciens, y compris des mathématiciens qui font de la compétition.

Paul Malliavin
Probabilité, analyse harmonique
Professeur émérite de mathématiques, Université de Paris VI: Pierre et Marie Curie

Je suis né dans une famille d'intellectuels qui étaient profondément investis en politique depuis plusieurs générations, soit en écrivant des livres, soit en exerçant des responsabilités politiques à un niveau national en France. J'avais un très grand respect pour la vie de lutte de mes parents, oncles et grands-parents ; j'avais souvent vu leurs désillusions après s'être battus pour des propositions politiques soigneusement planifiées qui étaient finalement retirées. Une des raisons de mon choix des mathématiques a été qu'une fois que la vérité est découverte, elle entre immédiatement dans la réalité.

J'ai fini mes études et obtenu mes diplômes en mathématiques à la Sorbonne à Paris en 1946. J'avais la grande chance d'avoir suivi des cours enseignés par de grands maîtres de l'école française du début du vingtième siècle : Emile Borel pour l'intégration et Elie Cartan pour la géométrie. Une nouvelle "Révolution française" naquit à Paris en 1947. Elle était menée par Henri Cartan et Jean Leray. J'ai aussi une dette particulière à l'égard de Szolem Mandelbrojt, avec qui j'écrivis ma thèse.

Marston Morse et Ame Beurling m'invitèrent à l'Institut des études avancées pour quelques années (1954-1955 et 1960-1961). Mon séjour là-bas était une opportunité terrible pour établir des interactions sur le long cours avec des mathématiciens, d'abord de Princeton et également de Chicago, du MIT, de Stanford, et de New York, suivies de contacts avec des mathématiciens de Barcelone, Stockholm, Moscou, Lisbonne, Kyoto, Wuhan, Pise, et Bonn. Ces interactions m'amenèrent à être l'un des créateurs du *Journal d'analyse fonctionnelle*, qui vient de publier son 252ème volume.

Je suis profondément convaincu de l'unité fondamentale des mathématiques, que je pensais pouvoir servir en établissant des relations entre des domaines qui semblaient relativement déconnectés. En 1954, j'ai résolu un problème sur les séries de Fourier en développant le calcul fonctionnel symbolique sur les distributions, en 1972 j'initiai un nouveau domaine, la géométrie différentielle stochastique, en mélangeant la géométrie d'Elie Cartan avec la théorie des processus stochastique de Kiyoshi Itō ; en 1978, j'initiai un nouveau domaine, le calcul des variations stochastiques ; en 2001, sous l'impulsion de Pierre-Louis Lions, je développai le calcul stochastique des variations dans le contexte des mathématiques financières ; l'année passée, j'ai travaillé sur les équations classiques d'Euler de la dynamique déterministe des fluides incompressibles en utilisant des outils de géométrie différentielle stochastique.

Mon errance mathématique a été rendue possible par mon salaire de professeur permanent à l'âge de trente ans, ce qui m'a permis de poursuivre ma carrière dans une liberté relative. La difficulté de cette errance provient plutôt de la difficulté à être considéré comme un collègue plutôt que comme un amateur étrange pénétrant dans un nouveau domaine, la difficulté d'être perçu comme quelqu'un dont les publications doivent être considérées sérieusement. Dans cette connexion, je dois une lourde dette à Daniel W. Stroock, qui par son intense travail, soutint mon calcul stochastique des variations, dont il inventa le nom, calcul de Malliavin. Finalement, j'ai toujours pris le plus grand soin que mes activités scientifiques soient indépendantes de toute considération politique ou géographique, en ayant le sentiment que les mathématiques sont une vérité universelle.

Peter Clive Sarnak
Analyse et théorie des nombres
Professeur Eugene Higgins de Mathématiques, Université de Princeton, et Professeur de mathématiques, Institute pour les études avancées, Princeton

Durans ma scolarité élémentaire et au lycée, les mathématiques étaient ma matière préférée, en partie parce que c'était un sujet dans lequel j'avais des facilités. Pourtant, en dehors des intérêts habituels de tout adolescent, ma passion était les tournois d'échecs où j'obtenais du succès aux niveaux junior et senior en Afrique du Sud. Mon père encourageait beaucoup notre implication, à moi et à mes frères dans les échecs lorsque nous étions enfants, mais il fut beaucoup moins enthousiaste pour mon départ en Europe à l'âge de dix-sept ans pour essayer de devenir joueur d'échecs professionnel. Il insista pour que j'obtins d'abord une éducation universitaire et c'est ce qui définit mon futur.

Lors de ma première année à l'Université de Witwatersrand à Johannesburg, avec l'appétence et l'enthousiasme du très jeune homme que j'étais, je fus exposé aux mathématiques modernes (et aux mathématiques appliquées), en particulier aux travaux de mathématiciens comme Carl Friedrich Gauss, Johann Lejeune Dirichlet, et Bernhard Riemann. La beauté et la profondeur de leurs découvertes me convainquirent que je voulais en apprendre et comprendre davantage et, si possible, contribuer au développement des mathématiques modernes. Je pris tous les cours liés aux mathématiques que je pus trouver. En analysant cette expérience rétrospectivement, l'un des avantages que l'éducation de premier cycle offre dans un endroit reculé mathématiquement est que cela m'a donné des bases étendues en mathématiques. Après avoir obtenu mon diplôme de premier cycle, j'ai quitté l'Afrique du Sud pour l'Université de Stanford pour étudier avec Paul Cohen. La renommée de son génie et de sa réputation ont atteint tous les coins du monde mathématique et je vécus à la hauteur de ces histoires. En particulier, il me transmit sa vision, que j'ai conservée jusqu'à aujourd'hui (et fait passer à mes étudiants), que les mathématiques sont un sujet unifié et que même avec toutes les spécialisations qui sont advenues, on peut toujours travailler effectivement dans différents champs à l'intérieur des mathématiques. Souvent, les avancées les plus intéressantes viennent précisément d'une telle étendue et de l'interaction entre les différents domaines.

J'ai travaillé dans des parties des mathématiques allant de l'analyse à la théorie des nombres et à la physique mathématique. Un thème récurrent à travers tout ce travail est le rôle de la symétrie et de la théorie des groupes. La théorie moderne de la fonction zeta et des fonctions L, qui a son origine dans les travaux de Dirichlet et Riemann, a des applications profondes en arithmétique et pour comprendre les nombres premiers, ainsi que dans le domaine des équations Diophantiennes telles que la solution des équations quadratiques à plusieurs variables entières, dans la combinatoire et l'informatique théorique, et même dans la compréhension de la quantisation de certains systèmes Hamiltoniens chaotiques définis arithmétiquement. Trouver et exploiter ces applications pour résoudre des problèmes basiques de ces sortes a toujours été l'une des plus grandes motivations de mon travail.

La plupart du temps, j'ai travaillé en collaboration avec d'autres, ce qui m'a permis de faire des choses que je n'aurais pas faites tout seul. La collaboration est aussi un moyen de digérer de nouveaux domaines et techniques selon une base pratique en faisant un pas après l'autre. En particulier, j'ai beaucoup appris de mes travaux conjoints avec Ralph Phillips, Ilya Piatetsky-Shapiro, Nicholas Katz, Henryk Iwaniec, et Alexander Lubotzky. Il y a un autre bel aspect psychologique de la collaboration. Je trouve, comme je pense que le font la plupart des mathématiciens, qu'en faisant de la recherche, on est coincé 95 pour cent du temps. Vivre avec ça, et avoir des collaborateurs qui partagent à la fois la frustration, mais également la réussite quand une percée a lieu, rend les choses plus lisses. La chance joue un rôle dans un certain nombre de ces avancées, au sens où la percée critique est parfois semée d'embûches, et même d'incompréhensions, alors qu'on essaye de faire quelque chose d'un peu différent.

J'ai été comblé par de très nombreux étudiants de thèse, un certain nombre d'entre eux étaient assez exceptionnels et ils ont marqué le domaine. J'ai souvent appris d'eux, comme ils ont appris de moi. Les étudiants ont joué un grand rôle pour me permettre de réaliser beaucoup de mes rêves.

Le soutien continu de ma famille proche à travers les hauts et les bas que l'on rencontre en travaillant sur des problèmes mathématiques insaisissables a été essentiel pour me permettre de tenir bon. Comme beaucoup l'ont dit avant moi, je me sens chanceux de pouvoir gagner ma vie en travaillant dans un domaine que j'apprécie autant et pour lequel je n'ai jamais perdu mon enthousiasme.

Sir Roger Penrose
Physique mathématique, géométrie
Professeur Rouse Ball émérite de mathématiques, Université d'Oxford

Mes premiers sentiments pour les mathématiques ont été très stimulés par mon père, Lionel Penrose, un physicien qui s'est spécialisé dans l'hérédité des désordres mentaux, et qui est devenu plus tard professeur de génétique humaine à l'University College de Londres. C'était un homme aux multiples talents, d'une famille de quakers, son père ayant été un artiste professionnel. Il aimait beaucoup les puzzles, les échecs, la peinture, la musique, la biologie, l'astronomie et les mathématiques. Je me rappelle de nombreuses promenades en forêt avec lui, ma mère, et mes deux frères - et plus tard ma jeune sœur aussi - ce qui lui donnait des occasions de nous expliquer des choses à propos de la nature.

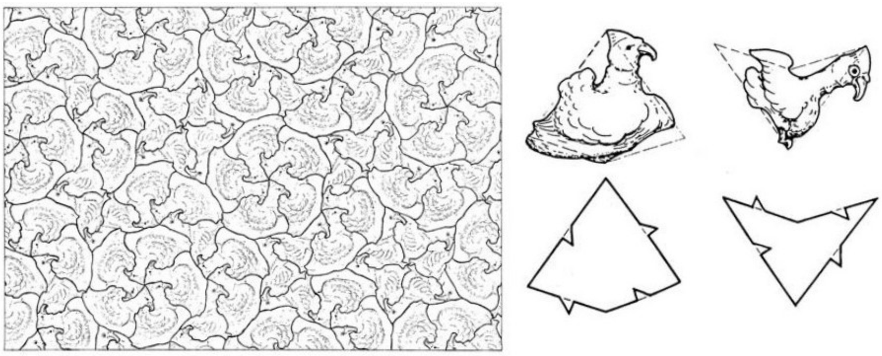
Mes deux frères étaient tous les deux des experts du jeu d'échecs (mon plus jeune frère Jonathan a été un champion d'échecs britannique le nombre record de dix fois). Pendant de nombreuses promenades avec mon père et mes frères, avec un frère loin devant, et l'autre loin derrière et mon père au milieu, je me rappelle d'eux en train de jouer de tête à un jeu de guerre, une forme du jeu d'échecs où les deux adversaires (en l'occurrence mes frères) connaissaient juste les localisations de leurs propres pièces, et ils devaient inférer de la validité de leurs tentatives de mouvements, où pouvaient être les pièces de l'autre. Seul l'empereur (ici mon père) connaissait la totalité des positions. Mon travail était juste d'être le coureur, transportant les mouvements (suggérés) d'un frère à mon père et dans l'autre sens - pas vraiment une activité mentale sérieuse, mais un bon exercice physique !

Bien que ce travail nécessite des mathématiques (surtout des statistiques), c'était le *régal* de mon père à ce jeu qui fit une forte impression sur moi. À un assez jeune âge (environ dix ans), il m'apprit les polyèdres réguliers et semi-réguliers, et nous faisions beaucoup de modèles. Un événement me frappa particulièrement quand j'avais seize ans. J'avais dit à mon père que notre maître d'école allait commencer à nous apprendre le calcul le jour suivant. Semblant quelque peu alarmé, mon père me demanda immédiatement de m'asseoir à côté de lui et il me démontra de façon experte les éléments essentiels et l'élégance du calcul. Je pense que ce qui m'impressionna le plus, c'était son désir d'être le premier à me révéler la profonde beauté du sujet, et je réalisai combien est précieux le sujet des mathématiques. Ironiquement, quand je décidai plus tard d'étudier les mathématiques (à l'University College de Londres), il fut d'abord contre ce choix, parce qu'il voyait une carrière dans ce sujet comme appropriée seulement pour ceux sans compétences dans un autre domaine scientifique!

Ensuite, j'allai à Cambridge pour préparer un PhD en mathématiques pures (en géométrie algébrique), mais là, je fus inspiré par les exposés de Hermann Bondi sur la relativité générale et la cosmologie, par Paul Dirac en théorie quantique, et par mon chaleureux ami Dennis Sciama pour aller faire de la physique théorique. Les grandes influences que je rencontrai à Cambridge, associées à des interactions depuis toujours avec mon père et mon plus vieux frère Oliver, m'aidèrent à développer une approche peut-être plutôt individuelle des questions basiques de la physique. J'étais particulièrement attiré par la théorie de l'espace-temps courbe d'Einstein et sa relativité générale, et j'inventai des techniques géométriques pour démontrer l'inévitabilité des singularités (des situations si extrêmes que la physique habituelle "laisse tomber") dans ce que nous appelons maintenant les "trous noirs". Ces techniques furent ensuite adoptées par Stephen Hawking.

Les idées géométriques ont été centrales à mon introduction de la théorie des twisteurs, qui analyse l'espace-temps et la physique quantique selon une perspective inhabituelle. Elles ont également été centrales à quelques-unes de mes propositions ultérieures concernant la cosmologie.

Faire des dessins a toujours été très important pour moi, à la fois dans la recherche et dans l'exposition. Cela m'a aidé à développer des ensembles de formes géométriques (parfois appelées "tuiles de puzzles de Penrose") qui pavent intégralement le plan comme sur la figure ci-dessous.



Sun-Yung Alice Chang
Analyse géométrique
Professeure de mathématiques, Université de Princeton

Je suis née en Chine dans l'ancienne capitale de Xian. C'était pendant la révolution chinoise, et alors ma famille est partie à Hong Kong, puis à Taiwan quand j'avais deux ans. Mon père était architecte et ma mère comptable. J'ai grandi à Taiwan et j'ai étudié à l'Université nationale de Taiwan.

Pendant mon enfance, j'étais fascinée par la littérature chinoise mais également très bonne en mathématiques. Après la première guerre mondiale, l'environnement économique à Taiwan était terriblement dur, alors il était plus facile pour les jeunes gens ayant un certain bagage en sciences et technologie d'obtenir de bons métiers et de devenir indépendants. Je décidai de prendre comme majeure les mathématiques au lycée en partie pour des considérations pratiques. Il semblait que ma classe en premier cycle d'université était une classe très particulière - sur les quarante étudiants de la classe, il y avait douze filles. Dès la première année, cinq d'entre nous avons formé un groupe et nous étudiions et jouions ensemble. On était le groupe bruyant de la classe et on se marrait bien. C'est seulement quand je suis allée en second cycle à Berkeley que j'ai commencé à réaliser qu'être une femme mathématicienne peut être une expérience très solitaire.

En troisième cycle à UC Berkeley, ma thèse était dans le domaine de l'analyse classique. En omettant les détails, grosso modo, disons qu'il y a trois branches des mathématiques, l'analyse, la géométrie, et l'algèbre. En analyse, on divise habituellement les choses en petits morceaux ; on analyse chaque morceau séparément et alors on combine l'information.

J'épousai l'un de mes camarades de classe pendant la dernière année de troisième cycle. Mon mari, Paul Yang, est un géomètre qui voit les choses en termes de formes et images. Dans les premières années de notre mariage, nous discutions mathématiques de façon générale mais nous discutions rarement de nos propres sujets de recherche l'un avec l'autre. Graduellement, nous réalisâmes que certains des problèmes sur lesquels nous travaillions pouvaient être regardés à la fois d'un point de vue géométrique et d'un point de vue analytique. Nous avons commencé à travailler en commun après dix ans de mariage ! Le domaine dans lequel nous travaillons maintenant qui s'appelle analyse géométrique, est un domaine dans lequel on utilise les méthodes de l'analyse pour gérer des problèmes géométriques. L'un des principaux problèmes est de trouver la classe de variétés quatre-dimensionnelles. Ce problème est très lié à des problèmes en physique puisque le monde dans lequel nous vivons est tri-dimensionnel, mais avec la dimension supplémentaire du temps.

J'ai toujours eu le sentiment que les mathématiques sont un langage, comme la musique. Pour l'apprendre systématiquement, il est nécessaire de maîtriser ses petits éléments et graduellement d'ajouter une pièce à une autre. Dans un certain sens, les mathématiques - comme la langue chinoise classique - sont très policées et élégantes. Écouter assis un bon exposé de mathématiques est comme écouter un bon opéra. Tout vient à la fois. On va droit au cœur du problème et j'aime ça !

William Timothy Gowers
Analyse fonctionnelle, combinatoire
Médaillé Fields
Professeur Rouse Ball de mathématiques, Université de Cambridge

J'ai grandi dans une famille de musiciens : mon père était compositeur et ma mère était professeur de piano. À l'école, j'étais bon dans la plupart des matières. Bien que les mathématiques aient toujours été ma matière favorite, il y avait quelques autres matières que j'aimais presque autant, et ce n'est pas avant onze ou douze ans qu'il devint clair que ce serait bien que je me spécialise en mathématiques, et que quelques années après ça, j'abandonne toute velléité de devenir musicien. Si j'en étais devenu un, j'aurais probablement essayé de marcher dans les traces de mon père et d'écrire de la musique. Et si j'avais fait ça, alors d'une certaine manière, ma principale activité dans la vie aurait été similaire à ce qu'elle devint finalement. Comme pour une preuve mathématique, une pièce substantielle de musique est une entité abstraite qui doit satisfaire des contraintes strictes, et créer une telle entité implique une planification précautionneuse à tous les niveaux, de la structure globale jusqu'aux petits sous-problèmes qui surgissent quand vous essayez de faire que vos idées de haut niveau marchent. Mon père a toujours eu un intérêt prononcé pour les mathématiques, et c'est comme si j'avais pris le chemin d'une autre vie qu'il aurait aimé avoir lui-même.

Jusqu'à ce que je sois en premier cycle universitaire, je n'avais absolument aucune idée de ce qu'une carrière de mathématicien pouvait être, et même, quand j'arrivais à Cambridge et commençai à recevoir les enseignements de mathématiciens professionnels, j'avais une très petite idée de ce qu'ils faisaient d'autre que d'enseigner. Je finis comme mathématicien non parce que je décidai à un jeune âge que je voulais être mathématicien - à cette étape, je ne savais même pas que de telles personnes existaient - mais plutôt parce qu'à chacune des multiples opportunités que le système éducatif m'a données de me spécialiser, j'étais toujours content de faire davantage de mathématiques et moins des autres disciplines. Cela a aidé que j'aie eu une succession de professeurs bons et inspirants qui ne nous confinaient pas dans l'enseignement standard.

C'est seulement une fois que j'ai commencé mon PhD, en ayant clarifié tous les obstacles que je devais clarifier pour en arriver là, que j'ai enfin vu à quoi ressemblait un problème réel de mathématiques. Avant ça, les problèmes auxquels je m'étais intéressé étaient soit des problèmes ouverts illustres, comme le dernier théorème de Fermat, soit des problèmes soigneusement calibrés avec des solutions intelligentes, tels que ceux qu'on peut trouver dans les olympiades de mathématiques. Mais les problèmes sur lesquels j'ai travaillé en premier, dans un domaine connu qu'on appelle la géométrie des espaces de Banach, étaient très différents. Ils n'étaient pas célèbres, et pour les résoudre, il ne suffisait pas d'avoir une étincelle de génie. Au lieu de ça, je devais utiliser les méthodes les plus communes de la recherche mathématique, qui consistaient à prendre un argument existant, qui utilisait une technique à laquelle je n'aurais jamais pensé par moi-même, et à la modifier.

Alors que mes recherches progressaient, je commençais à comprendre que les compétences mathématiques sont davantage que le simple pouvoir de résoudre des problèmes : la sélection des problèmes sur lesquels travailler est également très importante et la manière dont quelqu'un convainc quelqu'un d'autre que sa recherche est intéressante. Dans les deux cas, ça aide beaucoup s'il y a un projet plus gros auquel le travail de la personne contribue. Mon domaine courant de recherche est relativement nouveau et on l'appelle la “combinatoire arithmétique”, c'est un mélange très intéressant de théorie des nombres, d'analyse harmonique, et d'optimisation combinatoire. La combinatoire arithmétique a commencé comme une collection de problèmes et résultats isolés qui se ressemblaient, mais petit à petit, il est devenu clair que ces problèmes et résultats étaient reliés par des ponts complètement fascinants et inattendus. Le plus gros projet auquel je contribue maintenant consiste à comprendre ces connexions, à développer les techniques existantes en un corps de théorie plus cohérent, et à développer de nouvelles idées pour résoudre certains problèmes-clefs qui semblent nécessiter pour être résolus des techniques au-delà de celles que nous connaissons.

Une manière plus directe d'intéresser les autres à son travail est de résoudre un problème célèbre, une chose que j'ai faite une fois. Même là, cependant, une stratégie générale de recherche est essentielle. Quand on travaille sur un problème que beaucoup d'autres personnes ont essayé de résoudre, une petite voix dans notre oreille est sans arrêt en train de dire "si cette approche marchait, alors le problème aurait été résolu il y a longtemps.". Et la voix a raison 99.9 pour cent du temps. Mais si l'on se plonge suffisamment profondément dans un problème, on réussit parfois à identifier et à isoler l'obstacle fondamental à résoudre, et occasionnellement on découvre une technique qui a récemment été développée qu'on peut utiliser pour contourner l'obstacle. De tels moments de sérendipité sont rares, mais avec l'aide d'une bonne stratégie, on peut essayer de les rendre moins rares. Pour moi, ils sont les plus grands plaisirs mathématiques.

Terence Chi-Shen Tao
Analyse harmonique, équations différentielles partielles, théorie des nombres, combinatoire
Médaillé Fields
Professeur de mathématiques, Université de Californie, Los Angeles

J'ai toujours aimé les maths. Je me rappelle quand j'avais deux ou trois ans et je flânais avec ma grand-mère. Elle lavait les fenêtres et s'amusait à un jeu avec moi, elle m'avait demandé de choisir un nombre, comme 3. Elle vaporisait un gros 3 sur la fenêtre et après, elle le nettoyait. Je trouvais que c'était vraiment marrant. J'avais des devoirs à faire à la maison quand j'étais enfant. Ils étaient simples, avec des équations comme $3 + \square = 7$. Qu'y a-t-il dans la boîte ? Je pensais que c'était vraiment marrant. Les maths étaient toujours la seule chose qui avait vraiment du sens pour moi : 3 plus 4 vaut exactement 7, un point, c'est tout. Personne ne viendra jamais nous dire il y a une nouvelle mode et ça n'est plus vrai dorénavant. J'aimais cette clarté et je pensais aux maths comme à un jeu abstrait auquel jouer. C'est seulement plus tard que j'ai réalisé comment les maths étaient liées au monde réel et comment elles pouvaient être utilisées pour toutes sortes de choses.

J'ai grandi en Australie. Mes parents m'avaient fait tester enfant et une fois qu'ils réalisèrent que j'avais des potentialités, ils organisèrent des cours spéciaux pour moi. Je sautais quelques classes, bien que de façon décalée. Par exemple, j'étais en huitième, j'avais des cours d'anglais et d'éducation physique mais je suivais les cours de maths de douzième et les cours de onzième en physique. Quand j'étais en douzième année au collège, j'avais des cours de maths au lycée. Plus tard, ma mère devait venir me chercher au lycée pour m'amener à l'université locale. C'était très compliqué. Dans certains cours, j'étais avec des personnes qui avaient à peu près le même âge que moi, mais dans d'autres classes, j'étais avec des gens qui avaient cinq ans de plus. La plupart de mes camarades de classe étaient plus grands et plus vieux que moi. Cela a été un choc de donner mon premier cours à l'UCLA à l'âge de vingt-et-un ans parce que pour la première fois, j'étais la personne la plus vieille dans la salle.

J'étudie les nombres premiers. Ce sont des nombres qui ne peuvent être divisés par un autre nombre qu'eux mêmes sauf 1. Comme 2, 3, 5, 7, 11, et etc. Une des choses que j'ai démontrées avec Ben Green est que vous pouvez trouver un certain motif parmi eux qu'on appelle une progression arithmétique. Quelque part parmi les nombres premiers, vous pouvez trouver cinq nombres premiers ou dix nombres premiers ou vingt nombres premiers ou autant de nombres premiers que vous voulez, qui sont régulièrement espacés. Les nombres premiers ont été étudiés pendant trois milliers d'années, par curiosité. Le quidam de la rue n'a pas besoin de ces nombres premiers pour quoi que ce soit. Mais la chose marrante est qu'il y a une trentaine ou une quarantaine d'années, on a découvert que les nombres premiers étaient très bons pour la cryptographie ; en fait, ils étaient bien meilleurs que les autres codes que les gens avaient inventés. De nos jours, si nous utilisons une machine ATM ou une carte de crédit pour acheter sur internet, ils brouillent toutes vos données par un certain code qui est basé sur les propriétés des nombres premiers, parce qu'is constituent l'un des meilleurs codes de sécurité que nous connaissions.

Les mathématiques peuvent être un peu comme l'archéologie. Vous pouvez trouver un coin de quelque chose et décider qu'il a de l'intérêt. Alors vous creusez à un autre endroit et vous trouvez un autre coin qui ressemble vraiment au premier et vous pensez qu'il y a peut-être une connexion profonde entre eux. Vous continuez à creuser et finalement vous découvrez la structure sous-jacente. Vous avez un frisson de découverte quand quelque chose fait soudain sens.

Je travaille avec de nombreuses personnes très sympathiques et intelligentes et j'ai appris beaucoup de ces personnes. Mais ça ne sert à rien de penser que vous devez être un super-génie pour réussir. Si quelqu'un pose inopinément un problème de math à de nombreux mathématiciens vraiment bons, ils tarderont à lui répondre. Vous pouvez les voir en train de réfléchir. Après cinq ou dix minutes, ils viendront avec de vraiment bonnes suggestions. Elles peuvent ne pas être très rapides mais elles peuvent être très profondes. Tous ont des compétences différentes. C'est comme en athlétisme. Il y a des sprinters et il y a des coureurs de marathons. Un sprinter fera un piètre coureur de marathon et vice versa, mais ils sont tous deux très talentueux dans leur spécialité.

Il y a de nombreux problèmes que j'aimerais résoudre dans ma vie, mais beaucoup d'entre eux sont comme des falaises et je ne vois pas de chemin par où en faire l'ascension. Je travaille sur des choses qui sont plus à ma portée et j'espère accumuler suffisamment de trucs et d'outils et d'idées. Alors je reviendrai aux problèmes que je souhaite vraiment résoudre et je verrai si quelque chose a changé. Occasionnellement, ça les fera bouger un peu. C'est un peu comme à la pêche. Vous pouvez être un bon pêcheur et être à un endroit où il y a beaucoup de poissons mais il faut aussi attendre que ça morde.

Vaughan Frederick Randal Jones
Algèbres de von Neumann, topologie géométrique
Médaillé Fields
Professeur de mathématiques, Université de Californie, Berkeley

J'ai grandi en Nouvelle-Zélande, j'étais l'un des deux enfants d'une famille n'ayant aucun lien universitaire ou quoi que ce soit. Mon père avait vaguement commencé à étudier le droit, mais la seconde guerre mondiale est arrivée et il n'est jamais retourné étudier. Je me rappelle que ma mère était bonne avec les nombres, et depuis tout petit, j'étais désireux d'apprendre l'arithmétique. Je me rappelle avoir inventé mes propres tables de multiplication pour décompenser si on m'envoyait dans ma chambre parce que je ne m'étais pas bien comporté.

Mon éducation formelle a été assez normale pour la Nouvelle-Zélande, où les écoles à cette époque étaient d'une qualité exceptionnelle, et j'ai commencé à étudier les mathématiques et la physique à l'université d'Auckland quand j'ai eu dix-sept ans. Ma réelle vocation a commencé quand j'ai démarré mes recherches après mon diplôme de maîtrise. Ces recherches me rendaient heureux, contrairement aux cours que je trouvais plutôt ennuyeux. La véritable recherche que je faisais était dans un domaine quelque peu marginal des mathématiques, mais c'est incroyable comme ces idées se sont avérées utiles dans mon travail maintenant plus central en mathématiques. Bien que j'ai raté la plupart des cours habituels en allant étudier à l'étranger, le gouvernement suisse est venue au secours de ma carrière de recherche en m'offrant une bourse de recherches pour étudier en Suisse. L'offre venait avec la condition attractive que je passe trois mois à apprendre le français dans les Alpes suisses avant de commencer mes études scientifiques. Je suis resté finalement six ans à Genève et j'y suis revenu en visite de nombreuses, très nombreuses fois depuis. J'ai rencontré mon épouse en skiant dans les Alpes.

Mon PhD fus marqué par ma rencontre avec mon tuteur de thèse André Haefliger et Alain Connes, dont le travail a fait tomber mes chaussettes. J'avais juste à contribuer quelque peu le long de ces lignes, je ne maîtrisais qu'une très petite partie de l'œuvre de Connes et je fis un peu de progrès. Mais ce fut une année plus tard environ que je pus me débrouiller seul et je fis quelque chose de vraiment original. J'eus vraiment de la chance parce que bien que mon résultat, connu comme "le théorème de l'index pour les sous-facteurs", ait l'air très technique, il s'avéra quelques années plus tard avoir de nombreuses connexions avec plusieurs domaines différents des mathématiques et de la physique. Peut-être que l'impact le plus grand a été en théorie des nœuds.

Comment déterminer si deux nœuds d'une ficelle fermée sont essentiellement le même nœud est une question difficile, et les premières réponses rigoureuses n'ont émergé qu'au début du vingtième siècle. Mon théorème de l'index pour les sous-facteurs m'amena de la manière de découvrir une manière de calculer un "polynôme" à partir des sous-facteurs, à la manière de calculer un polynôme pour le dessin d'un nœud, un polynôme qui s'est avéré utile dans des domaines aussi divers que la théorie quantique des champs, la biologie mathématique (nœuds d'ADN), et le calcul quantique. Les mathématiques derrière ce polynôme sont relativement faciles mais sa signification profonde est encore quelque chose de totalement mystérieux. On ne sait pas comment le relier de façon satisfaisante à des approches plus géométriques des nœuds. Mais il y a de nombreuses conjectures.

Quand je ne suis pas impliqué dans les mathématiques, j'aime bien faire du sport, comme le golf, le squash, les sports de raquettes, le tennis, et le ski. J'avais l'habitude de jouer au rugby et au cricket pendant mon enfance en Nouvelle-Zélande et j'aime toujours regarder des matchs de rugby. Mais ma passion sportive principale ces quinze dernières années a été la planche à voile, et plus récemment le kitesurf, que j'ai trouvé un peu plus facile pour mes articulations. De façon amusante, j'ai dû dans ma carrière académique m'interroger sur de nombreux problèmes de nœuds associés à ces sports et à la voile en général. Je suis probablement le seul kitesurfer alentour qui pense vraiment en termes de tresses et de leurs inverses quand j'accroche les lignes de mon kitesurf.

La musique est un autre de mes centres d'intérêt. J'aime chanter et nos trois enfants sont impliqués dans la musique. Il y a beaucoup d'éléments communs entre les mathématiques et la musique. Ma vie est pleine de surprises et j'espère être surpris encore de nombreuses fois.