

Réinterprétation en théorie quantique des relations cinématique et mécanique

W. Heisenberg

Le présent article vise à établir une base pour la mécanique quantique fondée exclusivement sur les relations entre quantités qui sont en principe observables.

Il est bien connu que les règles formelles qui sont utilisées en théorie quantique pour calculer les quantités observables telles que l'énergie d'un atome d'hydrogène peuvent être sérieusement critiquées sur la base du fait qu'elles contiennent, comme éléments de base, des relations entre des quantités qui sont apparemment non observables en principe, e.g. comme la position et la période de révolution d'un électron. Par conséquent, ce problème des quantités physiques inobservables pourrait plus tard ne plus poser problème dans le cadre de la détermination expérimentale. Un tel espoir pourrait être justifiable si les règles mentionnées ci-dessus étaient intrinsèquement consistantes et applicables à des problèmes de mécanique quantique d'un domaine clairement défini. L'expérience montre pourtant que seul l'atome d'hydrogène et son effet brut peuvent être traités par ces règles formelles de la théorie quantique. Des difficultés fondamentales surgissent déjà dans le problème des champs croisés (un atome d'hydrogène dans des champs électrique et magnétique de directions différentes). De plus, la réaction des atomes à des champs variant périodiquement ne peut être décrite par ces règles. Finalement, l'extension des règles quantiques au traitement des atomes ayant plusieurs électrons s'est avérée infaisable.

C'est devenu une pratique courante que de caractériser cet échec des règles de la théorie quantique comme une déviation de la mécanique classique, puisque les règles elles-mêmes furent principalement dérivées à partir de la mécanique classique. Cette caractérisation a, pourtant, peu de signification quand on réalise que la condition de fréquence d'*Einstein-Bohr* (qui est valide dans tous les cas) représente déjà un éloignement complet de la mécanique classique ; ou plutôt (en utilisant le point de vue de la théorie ondulatoire) de la cinématique sous-tendant cette mécanique, à tel point que même pour les problèmes les plus simples de la théorie quantique, la validité de la mécanique classique ne peut tout simplement pas se maintenir. Dans cette situation, il semble judicieux d'abandonner tout espoir qu'on avait conservé jusqu'ici d'observer des quantités inobservables, telles que la position et la période de l'électron, et de concéder qu'un accord partiel des règles quantiques avec l'expérience est plus ou moins fortuit. Il semble plutôt plus raisonnable d'essayer d'établir une mécanique quantique théorique, analogue à la mécanique classique, mais dans laquelle seules des relations entre quantités observables adviennent. On peut voir la condition de fréquence et la théorie de la dispersion de Kramers¹, avec ses extensions dans des articles récents², comme les premières étapes les plus importantes vers une telle mécanique quantique théorique. Dans cet article, nous chercherons à établir quelques nouvelles relations mécaniques quantiques et à les appliquer à quelques problèmes

Note de l'éditeur. Cet article a été publié dans *Zs. Phys.* 33 (1925) 879-893. Il était signé depuis le "Göttingen, Institut für theoretische Physik".

Traduction de la version anglaise de l'article, voir <http://fisica.ciens.ucv.ve/svincenz/SQM261.pdf>

Denise Vella-Chemla, décembre 2020.

1. H. A. Kramers, *Nature* **113** (1924) 673.

2. M. Born, *Zs. f. Phys.* **26** (1924) 379. H. A. Kramers and W. Heisenberg, *Zs. f. Phys.* **31** (1925) 681. M. Born and P. Jordan, *Zs. f. Phys.* (in course of Publication) [**33** (1925) 479 ; paper 7a].

particuliers. Nous nous restreindrons aux problèmes impliquant un seul degré de liberté.

1. En théorie classique, la radiation émise par un électron en mouvement (dans la zone d'onde, i.e., dans la région où \mathfrak{E} et \mathfrak{H} sont du même ordre de grandeur que $1/r$) n'est pas entièrement déterminée par les expressions

$$\mathfrak{E} = \frac{e}{r^3 c^2} [\mathfrak{r} [\mathfrak{r}\dot{\mathfrak{v}}]], \quad \mathfrak{H} = \frac{e}{r^2 c^2} [\dot{\mathfrak{v}}\mathfrak{r}],$$

mais des termes additionnels adviennent dans l'ordre suivant d'approximation, e.g. des termes de la forme $e\dot{\mathfrak{v}}\mathfrak{v}/rc^3$ que l'on peut appeler "radiation quadripole". Dans des ordres de grandeur encore plus élevés, des termes comme $e\dot{\mathfrak{v}}\mathfrak{v}^2/rc^4$ apparaissent. De cette manière, l'approximation peut être poussée selon un ordre arbitrairement grand. (Les symboles suivants ont été utilisés : \mathfrak{E} , \mathfrak{H} sont les forces des champs en un point, \mathfrak{r} le vecteur entre ce point et la position de l'électron, \mathfrak{v} la vitesse et e la charge de l'électron).

On peut se demander quelle forme ces termes d'ordres plus élevés prendraient en théorie quantique. Les approximations d'ordres plus élevés peuvent facilement être calculées en théorie classique si le mouvement de l'électron est donné en développement de Fourier, et on s'attendrait à un résultat similaire en théorie quantique. Ce point n'a rien à voir avec l'électrodynamique mais plutôt - et cela semble être particulièrement important - est de nature purement cinématique. On peut poser la question dans sa forme la plus simple : si plutôt qu'une quantité classique $x(t)$, nous avons une quantité de théorie quantique, quelle quantité de théorie quantique apparaîtra à la place de $x(t)$? Avant que nous ne puissions répondre à cette question, il est nécessaire de garder à l'esprit qu'en théorie quantique, il n'a pas été possible d'associer l'électron à un point dans l'espace, considéré comme une fonction du temps, au moyen de quantités observables. Pourtant, même en théorie quantique, il est possible d'attribuer à un électron l'émission d'une radiation. Pour caractériser cette radiation, nous avons d'abord besoin des fréquences qui apparaissent comme des fonctions de deux variables. En théorie quantique, ces fonctions sont de la forme

$$\nu(n, n - \alpha) = \frac{1}{h} \{W(n) - W(n - \alpha)\},$$

et en théorie classique, elles sont de la forme

$$\nu(n, \alpha) = \alpha \nu(n) = \alpha \frac{1}{h} \frac{dW}{dn}$$

(Ici, on a $nh = J$, où J est l'une des constantes canoniques).

Comme caractéristique pour la comparaison entre les théories classique et quantique par rapport à la fréquence, on peut écrire les relations de combinaison :

Classique :

$$\nu(n, n - \alpha) + \nu(n - \alpha, n - \alpha - \beta) = \nu(n, n - \alpha - \beta).$$

Quantique :

$$\nu(n - \beta, n - \alpha - \beta) + \nu(n, n - \beta) = \nu(n, n - \alpha - \beta).$$

ou

$$\nu(n, \alpha) + \nu(n, \beta) = \nu(n, \alpha + \beta).$$

Pour compléter la description de la radiation, il est nécessaire d'avoir non seulement les fréquences mais également les amplitudes. Les amplitudes peuvent être traitées comme des vecteurs complexes, chacun déterminé par six composantes indépendantes, et cela détermine à la fois la polarisation et la phase. Comme les amplitudes sont aussi des fonctions des deux variables n et α , la partie correspondante de la radiation est donnée par les expressions suivantes :

Quantique :

$$(1) \quad \text{Re}\{\mathfrak{U}(n, n - \alpha)e^{i\omega(n, n - \alpha)t}\}.$$

Classique :

$$(2) \quad \text{Re}\{\mathfrak{U}_\alpha(n)e^{i\omega(n)\alpha t}\}.$$

Au premier abord, la phase contenue dans \mathfrak{U} semble être dépourvue de signification physique en théorie quantique, puisque dans cette théorie, les fréquences sont en général incommensurables à leurs harmoniques. Pourtant, nous verrons dans le cas présent qu'en théorie quantique également, la phase a une signification définie qui est analogue à sa signification en théorie classique. Si nous considérons maintenant une quantité donnée $x(t)$ dans la théorie classique, elle peut être vue comme représentée par un ensemble de quantités de la forme

$$\mathfrak{U}_\alpha(n)e^{i\omega(n)\alpha t},$$

qui, selon que le mouvement est périodique ou pas, peut être combinée en une somme ou une intégrale qui représente $x(t)$:

$$x(n, t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{U}_\alpha(n)e^{i\omega(n)\alpha t}$$

ou

(2a)

$$x(n, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{U}_\alpha(n)e^{i\omega(n)\alpha t} d\alpha.$$

Une combinaison similaire des quantités en théorie quantique semble impossible à réaliser de manière unique et par conséquent n'a pas de sens, au regard du poids égal des variables n et $n - \alpha$. Pourtant, on peut facilement regarder l'ensemble des quantités $\mathfrak{U}(n, n - \alpha)e^{i\omega(n, n - \alpha)t}$ comme une représentation de la quantité $x(t)$ et alors tenter de répondre à la question ci-dessus : comment doit être représentée la quantité $x(t)^2$?

La réponse en théorie classique est évidente :

$$(3) \quad \mathfrak{B}_\beta(n)e^{i\omega(n)\beta t} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{U}_\alpha \mathfrak{U}_{\beta-\alpha} e^{i\omega(n)(\alpha+\beta-\alpha)t}$$

ou

$$(4) \quad = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{U}_\alpha \mathfrak{U}_{\beta-\alpha} e^{i\omega(n)(\alpha+\beta-\alpha)t} d\alpha,$$

de telle façon que

$$(5) \quad x(t)^2 = \sum_{-\infty}^{+\infty} \beta \mathfrak{B}_\beta(n) e^{i\omega(n)\beta t}$$

ou, respectivement,

$$(6) \quad = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{B}_\beta(n) e^{i\omega(n)\beta t} d\beta$$

En théorie quantique, il semble que la supposition la plus simple et la plus naturelle devrait être de remplacer les équations (3) et (4) par :

$$(7) \quad \mathfrak{B}(n, n - \beta) e^{i\omega(n, n - \beta)t} = \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{U}(n, n - \alpha) \mathfrak{U}(n - \alpha, n - \beta) e^{i\omega(n, n - \beta)t}$$

or

$$(8) \quad = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{U}(n, n - \alpha) \mathfrak{U}(n - \alpha, n - \beta) e^{i\omega(n, n - \beta)t} d\alpha,$$

et en fait, ce type de combinaison est une conséquence presque nécessaire des règles de combinaison des fréquences. En faisant les suppositions (7) et (8), on reconnaît que les phases des \mathfrak{U} en théorie quantique ont exactement autant de sens que leurs analogues classiques. Seule l'origine de l'échelle temporelle et par conséquent un facteur de phase commun à tous les \mathfrak{U} est arbitraire et donc dépourvu de sens physique, mais les phases des \mathfrak{U} individuels entrent de façon essentielle en jeu dans la quantité \mathfrak{B}^3 . Une interprétation géométrique de telles relations de phases en théorie quantique en analogie avec celles de la théorie classique semble à présent à peine possible.

Si nous demandons alors, plus avant, une représentation pour la quantité $x(t)^3$ nous trouvons sans difficulté :

Classique :

$$(9) \quad \mathfrak{T}(n, \gamma) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha, \beta \mathfrak{U}_\alpha(n) \mathfrak{U}_\beta(n) \mathfrak{U}_{\gamma-\alpha-\beta}(n).$$

Quantique :

$$(10) \quad \mathfrak{T}(n, n - \gamma) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha, \beta \mathfrak{U}(n, n - \alpha) \mathfrak{U}(n - \alpha, n - \alpha - \beta) \mathfrak{U}(n - \alpha - \beta, n - \gamma)$$

3. Cf. aussi H. A. Kramers et W. Heisenberg, loc.cit. Les phases interviennent principalement dans les expressions utilisées là pour le moment de la diffraction induite.

ou les formes intégrales correspondantes.

De façon similaire, on peut trouver une représentation en théorie quantique pour toutes les quantités de la forme $x(t)^n$, et si l'une des fonctions quelconques $f[x(t)]$ est donnée, on peut toujours trouver l'expression correspondante en théorie quantique, à partir du moment où la fonction peut être développée en une série de puissances de x . Une difficulté notable surgit, pourtant, si nous considérons deux quantités $x(t), y(t)$, et si nous nous interrogeons sur leur produit $x(t)y(t)$. Si $x(t)$ est caractérisée par \mathfrak{U} , et $y(t)$ par \mathfrak{B} , nous obtenons les représentations suivantes pour $x(t)y(t)$:

Classique :

$$\mathfrak{T}_\beta(n) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha \mathfrak{U}_\alpha(n) \mathfrak{B}_{\beta-\alpha}(n).$$

Quantique :

$$\mathfrak{T}(n, n - \beta) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha \mathfrak{U}(n, n - \alpha) \mathfrak{B}(n - \alpha, n - \beta).$$

Tandis qu'en théorie classique $x(t)y(t)$ est toujours égal à $y(t)x(t)$, ce n'est pas nécessairement le cas en théorie quantique. Dans des cas particuliers, e.g., dans l'expression $x(t)x(t)^2$, cette difficulté ne survient pas.

Si, comme dans la question posée au début de cette section, on s'intéresse à des produits de la forme $v(t)\dot{v}(t)$, alors en théorie quantique, ce produit $v\dot{v}$ devrait être remplacé par $\frac{1}{2}(v\dot{v} + \dot{v}v)$, pour que $v\dot{v}$ soit le coefficient différentiel de $\frac{1}{2}v^2$. De façon similaire, il semble toujours possible de trouver des expressions naturelles pour les valeurs moyennes en théorie quantique, même si elles peuvent être encore plus hypothétiques que les formules (7) et (8).

En dehors de la difficulté juste mentionnée, les formules du type (7), (8) devraient assez généralement également suffire à exprimer l'interaction des électrons dans un atome en fonction des amplitudes caractéristiques des électrons.

2. Après ces considérations qui concernaient la cinématique en théorie quantique, tournons notre attention vers le problème dynamique qui consiste en la détermination des \mathfrak{U}, ν, W à partir des forces données du système. Dans la théorie précédente, ce problème était résolu en deux étapes :

1. Intégration de l'équation du mouvement

$$(11) \quad \ddot{x} + f(x) = 0.$$

2. Détermination des constantes pour le mouvement périodique par

$$(12) \quad \oint p dq = \oint m \dot{x} dx = J (= nh).$$

Si l'on cherche à construire un formalisme de mécanique quantique correspondant à la mécanique classique, de la façon la plus proche qui soit, il est très naturel de faire entrer l'équation du mou-

vement (11) directement dans la théorie quantique. À ce point, cependant, il est nécessaire, pour s'éloigner des fondements fermes fournis par ces quantités qui sont en principe observables - de remplacer les quantités \ddot{x} et $f(x)$ par leurs représentations en théorie quantique, comme fournies au § 1. En théorie classique, il est possible d'obtenir la solution de (11) en exprimant d'abord x comme une série de Fourier ou une intégrale de Fourier à coefficients (et fréquences) indéterminés. En général, on obtient alors un ensemble infini d'équations contenant un nombre infini d'inconnues, ou d'équations intégrales, qui peuvent être réduites à des relations récursives simples pour les \mathfrak{U} dans les cas particuliers seulement. En théorie quantique, nous sommes maintenant forcés d'adopter cette méthode pour résoudre l'équation (11) puisque, comme cela a été dit précédemment, il n'est pas possible de définir une fonction de théorie quantique directement analogue à la fonction $x(n, t)$.

Par conséquent, la solution en théorie quantique de (11) est seulement possible dans les cas les plus simples. Avant de considérer de tels exemples simples, fournissons une ré-interprétation en théorie quantique de la détermination, par (12), de la constante du mouvement périodique. Nous supposons (classiquement) que le mouvement est périodique :

$$(13) \quad x = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_{\alpha} a_{\alpha}(n) e^{i\alpha\omega_n t};$$

par conséquent

$$m\dot{x} = m \sum_{-\infty}^{+\infty} a_{\alpha} a_{\alpha}(n) i\alpha\omega_n e^{i\alpha\omega_n t}$$

et

$$\oint m\dot{x}dx = \oint m\dot{x}^2 dt = 2\pi m \sum_{-\infty}^{+\infty} a_{\alpha} a_{\alpha}(n) a_{-\alpha}(n) \alpha^2 \omega_n.$$

De plus, puisque $a_{\alpha}(n) = \overline{a_{-\alpha}(n)}$, comme x doit être réel, il en découle que

$$(14) \quad \oint m\dot{x}^2 dt = 2\pi m \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha |a_{\alpha}(n)|^2 \alpha^2 \omega_n.$$

Dans la théorie précédente, cette intégrale de phase était habituellement supposée égale à un multiple entier de h , i.e. égale à nh , mais une telle condition ne s'adapte pas naturellement au calcul dynamique. Il semble, même quand on regarde cela selon le point de vue adopté jusqu'ici, arbitraire au sens du principe de correspondance, parce que selon ce point de vue les J sont déterminés seulement à une constante additive près comme des multiples de h . Plutôt que (14), il serait plus naturel d'écrire

$$\frac{d}{dn}(nh) = \frac{d}{dn} \oint m\dot{x}^2 dt,$$

c'est-à-dire,

$$(15) \quad h = 2\pi m \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha \frac{d}{dn} (\alpha\omega_n \cdot |a_{\alpha}|^2).$$

Une telle condition détermine de façon évidente les a_α seulement à une constante près, et en pratique, cette indétermination a donné naissance aux difficultés dues à l'occurrence de nombres quantiques demi-entiers.

Si nous cherchons une relation de théorie quantique correspondant à (14) et (15) et contenant des quantités observables seulement, l'unicité qui avait été perdue est automatiquement rétablie.

Nous devons admettre que seule l'équation (15) a une reformulation simple en théorie quantique, qui est reliée à la théorie de la dispersion de *Kramers*⁴ :

$$(16) \quad h = 4\pi m \sum_0^\infty \{|a(n, n + \alpha) - |a(n, n - \alpha)|^2 \omega(n, n - \alpha)\}.$$

À nouveau, cette relation suffit pour déterminer les a de manière unique puisque la constante indéterminée contenue dans la quantité a est automatiquement fixée par la condition qu'un état de plus basse énergie devrait exister, état dans lequel aucune radiation n'est émise. Notons cet état de plus basse énergie n_0 ; alors nous devrions avoir $a(n_0, n_0 + \alpha) = 0$ (pour $\alpha > 0$). Par conséquent, nous pourrions nous attendre à ce que la question de la quantification entière ou demi-entière ne se pose pas dans la mécanique quantique théorique basée uniquement sur les relations entre des quantités observables.

Les équations (11) et (16), si on peut les résoudre, contiennent la détermination complète non seulement des fréquences et des valeurs d'énergie mais également des probabilités de transition de la théorie quantique. Pourtant, à présent, la solution mathématique effective ne peut être obtenue que dans les cas les plus simples. Dans de nombreux systèmes, e.g. l'atome d'hydrogène, une complication particulière survient parce que les solutions correspondent à un mouvement qui est en partie périodique et en partie apériodique. Comme conséquence de cette propriété, les séries de la théorie quantique (7), (8) et l'équation (16) se décomposent en une somme et une intégrale. En mécanique quantique, une telle décomposition d'un mouvement en une composante périodique et une composante apériodique ne peut avoir lieu en général.

Cependant, on pourrait regarder les équations (11) et (16) comme solutions satisfaisantes, au moins en principe, du problème dynamique, s'il était possible de montrer qu'elles s'accordent avec (ou bien n'entrent pas en contradiction à quelque niveau que ce soit avec) les relations de la mécanique quantique que nous connaissons à présent. Il devrait, par exemple, être établi que l'introduction d'une petite perturbation dans un problème dynamique amène des termes additionnels dans l'énergie, ou la fréquence, du type trouvé par *Kramers* et *Born* - mais non pas du type trouvé par la théorie classique. De plus, on devrait aussi voir que l'équation (11) dans sa forme actuelle de la théorie quantique doit en général donner naissance à une intégrale d'énergie $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + U(x) = \text{const.}$, et que l'énergie dérivée doit satisfaire la condition $\Delta W = h\nu$, en analogie avec la condition classique $\nu = \partial W / \partial J$. Une réponse générale à ces questions devrait permettre d'élucider les connexions intrinsèques entre les recherches précédentes en mécanique quantique et paver le chemin vers une connexion générale entre la formule de dispersion de *Kramers* et les équations (11) et (16), nous pouvons répondre aux questions ci-dessus dans des cas très particuliers qui peuvent être résolus

4. Cette relation a déjà été dérivée de considérations de dispersion par W. Kuhn, Zs. Phys. **33** (1925) 408, et W. Thomas, Naturwiss. **13** (1925) 627.

par de simples relations récursives.

Le lien général entre la théorie de la dispersion de Kramers et nos équations (11) et (16) s'établit comme suit. De l'équation (11) (plus précisément, de son analogue en théorie quantique), on trouve, juste comme en théorie classique, que l'électron oscillant se comporte comme un électron libre quand on agit sur lui avec un rayon lumineux de fréquence plus grande que les fréquences propres du système. Ce résultat découle aussi de la théorie de la dispersion de Kramers si en plus on prend en compte l'équation (16). En fait, Kramers trouve pour le moment induit par une onde de la forme $E \cos 2\pi\nu t$:

$$M = e^2 E \cos 2\pi\nu t \frac{2}{h} \sum_0^\infty \alpha \left\{ \frac{|a(n, n + \alpha)|^2 \nu(n, n + \alpha)}{\nu^2(n, n + \alpha) - \nu^2} - \frac{|a(n, n - \alpha)|^2 \nu(n, n - \alpha)}{\nu^2(n, n - \alpha) - \nu^2} \right\},$$

de telle façon que pour $\nu \gg \nu(n, n + \alpha)$,

$$M = -\frac{2Ee^2 \cos 2\pi\nu t}{\nu^2 h} \sum_0^\infty \alpha \{ |a(n, n + \alpha)|^2 \nu(n, n + \alpha) - |a(n, n - \alpha)|^2 \nu(n, n - \alpha) \},$$

qui, à cause de l'équation (16), devient

$$M = -\frac{e^2 E \cos 2\pi\nu t}{4\pi^2 m \nu^2}.$$

3. Comme exemple simple, on va traiter maintenant l'oscillateur anharmonique :

$$(17) \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x + \lambda x^2 = 0.$$

Classiquement, cette équation est satisfaite par une solution de la forme

$$x = \lambda a_0 + a_1 \cos t + \lambda a_2 \cos 2\omega t + \lambda^2 a_3 \cos 3\omega t + \dots \lambda^{\tau-1} a_\tau \cos \tau\omega t,$$

où les a sont des séries de puissances en λ , dont les premiers termes sont indépendants de λ . Quantiquement, nous essayons de trouver une expression analogue, représentant x par des termes de la forme

$$\begin{aligned} &\lambda a(n, n); && a(n, n - 1) \cos \omega(n, n - 1)t; \\ &&& \lambda a(n, n - 2) \cos \omega(n, n - 2)t; \\ &&& \dots \lambda^{\tau-1} a(n, n - \tau) \cos \omega(n, n - \tau)t \dots \end{aligned}$$

Les formules récursives qui déterminent les a et ω (en termes à λ près, exclus) selon les équations (3), (4) ou (7), (8) sont :

Classique :

(18)

$$\begin{aligned}
 \omega_0^2 a_0(n) + \frac{1}{2} a_1^2(n) &= 0; \\
 -\omega^2 + \omega_0^2 &= 0; \\
 (-4\omega^2 + \omega_0^2) a_2(n) + \frac{1}{2} a_1^2 &= 0; \\
 (-9\omega^2 + \omega_0^2) a_3(n) + a_1 a_2 &= 0; \\
 \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Quantique :

(19)

$$\begin{aligned}
 \omega_0^2 a_0(n) + \frac{1}{4} [a^2(n+1, n) + a^2(n, n-1)] &= 0; \\
 -\omega^2(n, n-1) + \omega_0^2 &= 0; \\
 [-\omega^2(n, n-2) + \omega_0^2] a(n, n-2) + \frac{1}{2} [a(n, n-1) a(n-1, n-2)] &= 0; \\
 [-\omega^2(n, n-3) + \omega_0^2] a(n, n-3) + \frac{1}{2} [a(n, n-1) a(n-1, n-3)] \\
 + \frac{1}{2} [a(n, n-2) a(n-2, n-3)] &= 0; \\
 \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

La condition quantique supplémentaire est :

Classique ($J = nh$) :

$$1 = 2\pi m \frac{d}{dJ} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4} \tau^2 |a_\tau|^2 \omega.$$

Quantique :

$$h = \pi m \sum_0^\infty \left[|a(n+\tau, n)|^2 \omega(n+\tau, n) - |a(n, n-\tau)|^2 \omega(n, n-\tau) \right].$$

Nous obtenons pour le premier ordre, à la fois selon le paradigme classique et selon celui de la mécanique quantique

$$(20) \quad a_1^2(n) \quad \text{ou} \quad a^2(n, n-1) = \frac{(n + \text{const})h}{\pi m \omega_0}.$$

En théorie quantique, la constante dans l'équation (20) peut être déterminée à partir de la condition que $a(n_0, n_0-1)$ devrait s'évanouir dans l'état de plus basse énergie. Si nous numérotions les n de telle façon que dans l'état de plus basse énergie, n vaut zero, i.e. $n_0 = 0$, alors $a^2(n, n-1) = nh/\pi m \omega_0$.

Il découle alors des relations récursives (18) que dans la théorie classique, le coefficient a_τ a (au premier ordre en λ) la forme $\varkappa(\tau) n^{\frac{1}{2}\tau}$ où $\varkappa(\tau)$ représente un facteur indépendant de n . En théorie quantique, l'équation (19) implique

$$(21) \quad a(n, n-\tau) = \varkappa(\tau) \sqrt{\frac{n!}{(n-\tau)!}},$$

où $\varkappa(\tau)$ est le même facteur de proportionnalité, indépendant de n . Naturellement, pour des grandes valeurs de n , la valeur dans la théorie quantique de a_τ tend asymptotiquement vers la valeur en théorie classique.

Une étape évidente serait d'essayer d'insérer l'expression classique pour l'énergie $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2x^2 + \frac{1}{3}m\lambda x^3 = W$, parce que dans le calcul de notre présente première approximation, il est effectivement constant, même lorsque traité en théorie quantique. Sa valeur est donnée par (19), (20) et (21) comme valant :

Classique :

$$(22) \quad W = nh\omega_0/2\pi.$$

Quantique :

$$(23) \quad W = (n + \frac{1}{2})h\omega_0/2\pi$$

ou
$$\nu(n, \alpha) + \nu(n, \beta) = \nu(n, \alpha + \beta).$$

(les termes d'ordre λ^2 ont été omis).

Ainsi, selon le point de vue présent, même l'énergie d'un oscillateur harmonique n'est pas donnée par la "mécanique classique", i.e. par l'équation (22), mais a la forme (23).

Le calcul plus précis, prenant en compte des approximations d'ordre plus élevé dans W, a, ω sera maintenant effectué pour l'exemple le plus simple de l'oscillateur anharmonique $\ddot{x} + \omega_0^2x + \lambda x^3 = 0$.

Classiquement, on peut dans ce cas supposer

$$x = a_1 \cos \omega t + \lambda a_3 \cos 3\omega t + \lambda^2 a_5 \cos 5\omega t + \dots;$$

en théorie quantique, nous tentons de supposer par analogie

$$a(n, n-1) \cos \omega(n, n-1)t; \quad \lambda a(n, n-3) \cos \omega(n, n-3)t; \dots$$

Les quantités a sont une fois de plus des séries de puissances en λ dont le premier terme a la forme, comme dans l'équation (21),

$$a(n, n-\tau) = \varkappa(\tau) \sqrt{\frac{n!}{(n-\tau)!}},$$

comme on le trouve en évaluant les équations correspondant à (18) et (19).

Si l'évaluation de ω et a à partir des équations (18) et (19) est effectuée jusqu'à l'ordre λ^2 ou λ respectivement, on obtient

$$(24) \quad \omega(n, n-1) = \omega - 0 + \lambda \frac{3nh}{8\pi\omega_0^2 m} - \lambda^2 \frac{3h^2}{256\omega_0^5 m^2 \pi^2} (17n^2 + 7) + \dots$$

$$(25) \quad a(n, n-1) = \sqrt{\frac{nh}{\pi\omega_0 m}} \left(1 - \lambda \frac{3nh}{16\pi\omega_0^3 m} + \dots \right)$$

$$(26) \quad a(n, n-3) = \frac{1}{32} \sqrt{\frac{h^3}{\pi^2 \omega_0^7 m^3} n(n-1)(n-2)} \cdot \left(1 - \lambda \frac{39(n-1)h}{32\pi\omega_0^3 m} \right).$$

L'énergie, définie comme le terme constant dans l'expression

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 + \frac{1}{4}m\lambda x^4,$$

(je n'ai pas pu prouver en général que tous les termes périodiques s'évanouissent effectivement, mais c'était le cas pour tous les termes évalués) s'avère être égale à

$$(27) \quad W = \frac{(n + \frac{1}{2})h\omega_0}{2\pi} + \lambda \frac{3(n^2 + n + \frac{1}{2})h^2}{8.4\pi^2\omega_0^2 m} - \lambda^2 \frac{h^3}{512\pi^3\omega_0^5 m^2} (17n^3 + \frac{51}{2}n^2 + \frac{59}{2}n + \frac{21}{2}).$$

Cette énergie peut aussi être déterminée en utilisant l'approche de *Kramers-Born* en traitant le terme $\frac{1}{4}m\lambda x^4$ comme une perturbation de l'oscillateur harmonique. Le fait qu'on obtienne exactement le même résultat (27) me semble remarquablement corroborer les équations de la mécanique quantique qui ont été prises comme base. De plus, l'énergie calculée à partir de (27) satisfait la relation (cf. eq. 24) :

$$\frac{\omega(n, n-1)}{2\pi} = \frac{1}{h} [W(n) - W(n-1)],$$

qui peut être vue comme une condition nécessaire pour la possibilité d'une détermination des transitions de probabilités selon les équations (11) et (16).

En conclusion, nous considérons le cas d'un objet qui tourne et nous attirons l'attention sur la relation des équations (7), (8) aux formules d'intensité pour l'effet Zeeman⁵ et pour le multiplet⁶. Considérons l'objet tournant (rotator) comme représenté par un électron qui entoure un noyau à distance constante a . À la fois du point de vue classique et du point de vue de la théorie quantique, les "équations du mouvement" établissent simplement que l'électron subit une rotation uniforme, plane, à une distance a et avec une vitesse angulaire ω autour du noyau. Les "conditions quantiques" (16) amènent, selon (12),

$$h = \frac{d}{dn} (2\pi m a^2 \omega),$$

et selon (16)

$$h = 2\{a^2\omega(n+1, n) - a^2\omega(n, n-1)\},$$

5. S. Goudsmit et R. de L. Kronig, *Naturwiss.* **13** (1925) 90; H. Hönl, *Zs. f. Phys.* **31** (1925) 340.

6. R. de L. Kronig, *Zs. f. Phys.* **31** (1925) 885; A. Sommerfeld and H. Hönl, *Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss.* (1925) 141; H. N. Russell, *Nature* **115** (1925) 835.

d'où, dans les deux cas, il découle que

$$\omega(n, n-1) = \frac{h(n + \text{const})}{2\pi ma^2}.$$

La condition que la radiation doive s'évanouir dans l'état d'énergie la plus basse ($n_0 = 0$) amène à la formule

$$(28) \quad \omega(n, n-1) = \frac{hn}{2\pi ma^2}.$$

L'énergie est

$$W = \frac{1}{2}mv^2,$$

ou, des équations (7), (8),

$$(29) \quad W = \frac{m}{2}a^2 \frac{\omega^2(n, n-1) + \omega^2(n+1, n)}{2} = \frac{h^2}{8\pi^2 ma^2} (n^2 + n + \frac{1}{2}),$$

satisfait à nouveau la condition $\omega(n, n-1) = (2\pi/h)[W(n) - W(n-1)]$.

Comme corroborant la validité des formules (28) et (29), selon Kratzer⁷, de nombreux spectres de raies (incluant les spectres pour lesquels l'existence d'un moment pour l'électron est improbable) semblent nécessiter des formules du type (28), (29), formules que, pour éviter la rupture avec la théorie de la mécanique classique, on s'était efforcé jusqu'ici d'expliquer par la quantification en demi-entiers.

Pour arriver à la formule de *Goudsmit-Kronig-Hönl* pour l'objet tournant, on doit laisser de côté le domaine des problèmes à un degré de liberté. On suppose que le tourniquet à une direction dans l'espace qui est sujette à une très lente précession σ autour de l'axe des coordonnées z d'un champ extérieur.

Appelons m le nombre quantique correspondant à cette précession. Le mouvement est alors représenté par les quantités

$$\begin{aligned} z &: a(n, n-1; m, m) \cos \omega(n, n-1)t; \\ x + iy &: b(n, n-1; m, m-1) e^{i[\omega(n, n-1) + \sigma]t}; \\ & b(n, n-1; m-1, m) e^{i[-\omega(n, n-1) + \sigma]t}. \end{aligned}$$

Les équations du mouvement sont simplement

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$$

À cause de (7), la façon dont cela amène à l'équation⁸

7. Cf. par exemple, B. A. Kratzer, Sitzungsber. d. Bayr. Akad. (1922) p. 107.

8. Cette équation (30) est assez identique aux règles sommatoires de *Ornstein-Burger*.

$$(30) \quad \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} a^2(n, n-1; m, m) + b^2(n, n-1; m, m-1) + b^2(n, n-1; m, m+1) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} a^2(n+1, n; m, m) + b^2(n+1, n; m-1, m) + b^2(n+1, n; m+1, m) \right\} = a^2.$$

$$(31) \quad \frac{1}{2} a(n, n-1; m, m) a(n-1, n-2; m, m) \\ = b(n, n-1; m, m+1) b(n-1, n-2; m+1, m) \\ + b(n, n-1; m, m-1) b(n-1, n-2; m-1, m).$$

On a aussi la condition quantique correspondant à (16) :

$$(32) \quad 2\pi m \{ b^2(n, n-1; m, m-1) \omega(n, n-1) \\ - b^2(n, n-1; m-1, m) \omega(n, n-1) \} = (m + \text{const}) h.$$

Les relations classiques correspondant à ces équations sont

$$(33) \quad \frac{1}{2} a_0^2 + b_1^2 + b_{-1}^2 = a^2; \\ \frac{1}{4} a_0^2 = b_1 b_{-1}; \\ 2\pi m (b_{+1}^2 - b_{-1}^2) \omega = (m + \text{const}) h.$$

Elles suffisent (à une constante inconnue près ajoutée à m) à déterminer a_0 , b_1 , b_{-1} de manière unique.

La solution la plus simple des équations de la théorie quantiques (30), (31), (32) qui se présente est :

$$b(n, n-1; m, m-1) = a \sqrt{\frac{(n+m+1)(n+m)}{4(n+\frac{1}{2})n}};$$

$$b(n, n-1; m, m+1) = a \sqrt{\frac{(n-m)(n-m+1)}{4(n+\frac{1}{2})n}};$$

$$a(n, n-1; m, m) = a \sqrt{\frac{(n+m+1)(n-m)}{(n+\frac{1}{2})n}}.$$

Ces expressions sont en accord avec les formules de *Goudsmit*, *Kronig* et *Hönl*. On ne voit cependant pas facilement que ces expressions représentent les *seules* solutions possibles des équations (30), (31), (32), bien que cela me semble provenir de considération de conditions aux bornes (évanouissement de a et b aux "limites"; cf. les articles de *Kronig*, *Sommerfeld* et *Hönl*, *Russell* cités plus haut).

Des considérations similaires à celles ci-dessus, appliquées aux formules d'intensité du multiplet amènent au résultat que ces règles d'intensité sont en accord avec les équations (7) et (16). Cette découverte peut à nouveau être vue comme corroborant la validité de l'équation cinématique (7).

Si une méthode pour déterminer les données théoriques en utilisant des relations entre les quantités observables, telle que celle proposée ici, peut être regardée comme satisfaisante en principe, ou si cette méthode permet de représenter une approche beaucoup trop grossière du problème physique de construire une mécanique quantique théorique, un problème évidemment très étudié en ce moment, la pertinence de cette méthode ne pourra être jugée que par des recherches mathématiques intensives ayant pour sujet la méthode qui a été utilisée de façon très superficielle ici.

Werner Heisenberg (1901 - 1976)

L'interview de Werner Heisenberg a été menée par David Peat et Paul Buckley au début des années 1970 pour être l'un des enregistrements de la série documentaire de la radio CBC intitulée *La physique et au-delà*. L'interview a été plus tard publiée dans le livre *Glimpsing Reality : Ideas in Physics and the Link to Biology*, une compilation d'interviews de grands scientifiques du vingtième siècle.

Alors qu'il était étudiant avec Arnold Sommerfeld à Munich au début des années 1920, Werner Heisenberg (1901-1975) rencontra pour la première fois le physicien danois Niels Bohr. Il fit avec Bohr de longues randonnées en montagne pendant lesquelles ils discutèrent de l'échec des théories existantes à rendre compte des nouveaux résultats expérimentaux de la structure quantique de la matière. À la suite de ces discussions, Heisenberg se plongea dans plusieurs mois d'intenses recherches théoriques mais il ressentait une frustration continuelle. Finalement, souffrant d'un rhume des foies, il se retira dans l'île sans pollens d'Helgoland. Après des jours passés à se détendre et nager, Heisenberg éprouva soudain la sensation étourdissante de regarder au cœur de la nature et il conçut les fondements de la théorie quantique. Il envoya sa théorie à Bohr à Copenhague, et pendant les quelques semaines qui suivirent, ils discutèrent et démontrèrent ses implications tard dans la nuit. Les résultats de ces discussions furent appelés l'"interprétation de Copenhague de la théorie quantique" et sont acceptés par la plupart des physiciens. Les aspects de cette interprétation incluent le principe d'incertitude d'Heisenberg et le principe de complémentarité de Bohr.

Heisenberg a fait d'autres découvertes importantes en physique et est devenu l'un des plus éminents physiciens du siècle.

Werner Heisenberg a reçu le prix Nobel de physique en 1932. Son attitude reflète une dette envers la philosophie et en particulier son respect pour Platon. Certaines de ses réflexions sur la science et la société sont consignées dans une autobiographie intitulée *Physics and Beyond*.

Ces dernières années, Heisenberg a adopté la position impopulaire de critiquer la recherche en physique des particules élémentaires, en proposant que les symétries, et non les particules élémentaires, forment le point de départ fondamental d'une description du monde. Vers la fin de l'interview, il aborde cette théorie et sa réception.

Le professeur Heisenberg a été interviewé un matin ensoleillé dans son bureau de l'Institut Max Planck à Munich. Nous avons commencé par lui demander de rappeler les débuts de la théorie quantique, mais il est vite devenu évident que les grands hommes n'ont aucun désir de vivre dans le passé et il était tout aussi désireux de parler de l'avenir de la physique.

DP : Pourriez-vous vous souvenir de l'époque où vous êtes arrivé à l'idée de la mécanique quantique ?

WH : À ce moment-là, il y avait une discussion générale parmi les jeunes physiciens sur les voies possibles pour établir une théorie quantique cohérente, une mécanique quantique. Parmi les nombreuses tentatives, la plus intéressante pour moi était la tentative de H. A. Kramers d'étudier la

dispersion des atomes et, ce faisant, d'obtenir des informations sur les amplitudes pour le rayonnement des atomes. À cet égard, il m'est venu à l'esprit que dans le modèle, ces amplitudes se comportaient comme les éléments d'une quantité mathématique appelée matrice. Donc j'ai essayé d'appliquer un calcul mathématique aux expériences de Kramers, et le modèle mécanique plus général de l'atome, qui se sont ensuite avérés être de la mécanique matricielle. Ce qui est arrivé alors, c'est que je suis tombé un peu malade et j'ai dû passer des vacances sur une île pour ne plus avoir le rhume des foins. C'est là, ayant le temps nécessaire pour réfléchir à ces questions, que je suis vraiment arrivé à ce schéma de mécanique quantique et j'ai essayé de le développer sous une forme mathématique fermée.

Ma première étape a été de le présenter à W. Pauli, un de mes bons amis, et d'en discuter avec lui, puis à Max Born à Göttingen. En fait, Max Born et Pascual Jordan ont réussi à donner une forme bien meilleure et plus élégante au schéma mathématique. Des relations mathématiques que j'avais écrites, ils dérivèrent les soi-disant relations de commutation. Donc, à travers l'œuvre de Born et Jordan, puis de Paul Dirac, le tout s'est très vite développé en un schéma mathématique.

Je suis aussi allé en discuter avec Niels Bohr, mais je ne sais pas si c'était en juillet, août ou septembre de cette année [1925].

Six mois plus tard, les premiers articles d'E. Schrödinger sont devenus connus. Schrödinger a essayé de développer une ancienne idée de Louis de Broglie en un nouveau schéma mathématique, qu'il appela mécanique ondulatoire. Il était en fait capable de traiter l'atome d'hydrogène sur la base de son onde mécanique et, à l'été 1926, il a également pu démontrer que son schéma mathématique et la mécanique matricielle étaient en fait deux schémas mathématiques équivalents, qu'ils pouvaient être simplement traduits l'un dans l'autre. Passé ce délai, nous avons tous senti que ce devait être la forme aboutie de la théorie quantique.

DP : Et Bohr et vous aviez commencé l'interprétation de ce travail avant la publication de l'article de Schrödinger ?

WH : Bien sûr, il y avait une discussion continue, mais ce n'est qu'après l'article de Schrödinger que nous avons eu une nouvelle base de discussion, une nouvelle base pour interpréter la théorie quantique. Au début, il y avait un fort désaccord entre Schrödinger et nous-mêmes, non pas sur le schéma mathématique, mais sur son interprétation en termes physiques. Schrödinger pensait que par son travail, la physique pourrait reprendre une forme qui pourrait être correcte par rapport à la théorie de Maxwell ou à la mécanique de Newton, alors que nous avons estimé que ce n'était pas possible. Au cours de longues discussions entre Bohr et Schrödinger à l'automne 1926, il est devenu évident que les espoirs de Schrödinger ne pouvaient être exaucés, qu'il fallait une nouvelle interprétation. Enfin, à partir de ces discussions, nous en sommes venus à l'idée des relations d'incertitude et à l'interprétation plutôt abstraite de la théorie.

PB : Schrödinger a-t-il aimé alors cette interprétation ?

WH : Il l'a toujours détestée. Je dirais même qu'il n'était pas convaincu. Il pensait probablement que l'interprétation que Bohr et moi avons trouvée à Copenhague était correcte dans la mesure

où elle donnerait toujours les bons résultats dans les expériences; il n'a jamais aimé le langage que nous avons utilisé dans le cadre de l'interprétation. Outre Schrödinger, il y avait également Einstein, M. von Laue, M. Planck et d'autres qui n'aimaient pas ce genre d'interprétation. Ils ont estimé que c'était trop abstrait et trop éloigné des anciennes idées de la physique. Mais, comme vous le savez, cette interprétation a, du moins jusqu'à présent, résisté à l'épreuve de toutes les expériences, que les gens l'apprécient ou pas.

PB : Einstein ne l'a jamais vraiment aimée, même jusqu'au jour il est mort, n'est-ce pas ?

WH : J'ai vu Einstein à Princeton quelques mois avant sa mort. Nous avons discuté de la théorie quantique pendant un après-midi entier, mais nous n'avons pas pu nous mettre d'accord sur l'interprétation. Il était d'accord sur les tests expérimentaux de mécanique quantique, mais il n'a pas aimé l'interprétation.

DP : J'ai senti qu'à un moment donné il y avait une légère divergence entre vos points de vue et ceux de Bohr, bien que vous soyez crédités ensemble de l'interprétation de Copenhague de la mécanique quantique.

WH : C'est bien vrai, mais la divergence concernait plus la méthode par laquelle l'interprétation a été trouvée que l'interprétation elle-même. Mon point de vue était que, du schéma mathématique de la mécanique quantique, nous avons au moins une interprétation partielle, dans la mesure où nous pouvions dire, par exemple, que ces valeurs propres que nous déterminons sont les valeurs d'énergie des états stationnaires discrets, ou les amplitudes que nous déterminons sont responsables des intensités des lignes émises, et ainsi de suite. Je croyais que ça devait être possible, en étendant simplement cette interprétation partielle, pour arriver à une interprétation complète. Suivant cette façon de penser, je suis arrivé aux relations d'incertitude.

Maintenant, Bohr avait pris un point de départ différent. Il avait commencé avec le dualisme entre ondes et particules - les ondes de Schrödinger et les particules en mécanique quantique - et a tenté, à partir de ce dualisme, d'introduire le terme de complémentarité, qui était suffisamment abstrait pour faire face à la situation. Au début, nous avons tous les deux senti qu'il y avait un réel écart entre les deux interprétations, mais plus tard nous avons vu qu'elles étaient identiques. Pendant trois ou quatre semaines, il y avait une vraie divergence d'opinion entre Bohr et moi, mais cela s'est avéré sans importance.

DP : Cela a-t-il son origine dans votre approche philosophique ?

WH : C'est possible. L'esprit de Bohr a été formé par pragmatisme dans une certaine mesure, je dirais. Il avait vécu en Angleterre pendant une période plus longue et discuté de ces choses avec les physiciens britanniques, il avait donc une attitude pragmatique que tous les physiciens anglo-saxons avaient. Mon esprit s'est formé en étudiant la philosophie, Platon et ce genre de choses. Cela donne un attitude différente. Bohr était peut-être un peu surpris par le fait qu'on puisse enfin avoir un schéma mathématique très simple qui pourrait couvrir toute l'étendue de la théorie quantique. Il s'attendait probablement à ce que l'on n'obtienne jamais un schéma mathématique aussi cohérent, à ce que l'on soit obligé d'utiliser des concepts différents pour différentes expériences, et que la

physique allait toujours rester dans cet état quelque peu vague dans lequel elle se trouvait au début des années 1920.

DP : Dans l'interprétation que vous avez donnée à l'époque, ce que vous dites semble impliquer qu'il existait bel et bien un chemin idéal et qu'en quelque sorte il était possible de mesurer le chemin. Ce n'est pas tout à fait la même interprétation que celle que vous avez maintenant, n'est-ce pas ?

WH : Je dirai que pour nous, c'est-à-dire pour Bohr et moi-même, l'étape la plus importante a été de voir que notre langage n'était pas suffisant pour décrire les situations. Un mot tel que chemin est tout à fait compréhensible dans le domaine ordinaire de la physique lorsque nous parlons de pierres, d'herbe, etc., mais ce n'est pas un mot vraiment compréhensible quand il s'agit d'électrons. Dans une chambre à brouillard, par exemple, ce que nous voyons n'est pas le chemin d'un électron, mais, si nous sommes tout à fait honnêtes, seulement une séquence de gouttelettes d'eau dans la chambre. Bien sûr, nous aimons interpréter cette séquence comme un chemin de l'électron, mais cette interprétation n'est possible qu'avec une utilisation restreinte de mots tels que les mots position et vitesse. L'étape décisive a donc été de voir que tous ces mots que nous avons utilisés dans le cadre de la physique classique - position, vitesse, énergie, température, etc. - n'avaient qu'une gamme limitée d'applicabilité.

Le fait est que nous sommes liés à une langue, nous nous accrochons à la langue. Si nous voulons faire de la physique, nous devons décrire nos expériences et leurs résultats à d'autres physiciens, afin qu'ils puissent être vérifiés ou réfutés par d'autres. En même temps, nous savons que les mots que nous utilisons pour décrire les expériences n'ont qu'une portée limitée d'applicabilité. C'est un paradoxe fondamental auquel nous devons faire face. Nous ne pouvons pas l'éviter ; il faut simplement y faire face, trouver quelle est la meilleure chose que nous pouvons faire à ce sujet.

DP : Iriez-vous jusqu'à dire que le langage a en fait fixé une limite à notre domaine de compréhension en mécanique quantique ?

WH : Je dirais que les concepts de la physique classique que nous devons nécessairement utiliser pour décrire nos expériences ne s'appliquent pas aux plus petites particules, les électrons ou les atomes - du moins pas avec précision. Ils s'appliquent peut-être qualitativement, mais nous ne savons pas ce que nous entendons par ces mots.

Niels Bohr aimait raconter l'histoire du petit garçon qui entre dans un magasin avec deux centimes dans ses mains et demande au commerçant des bonbons mélangés pour les deux centimes. Le commerçant lui donne deux bonbons et dit : "Vous pouvez faire le mélange vous-même." Cette histoire, bien sûr, est simplement destinée à expliquer que le mot mélange perd son sens lorsque nous n'avons que deux objets. Dans le même ordre d'idées, des mots tels que position et vitesse et température perdent leur sens lorsque nous descendons jusqu'aux plus petites particules.

DP : Le philosophe Ludwig Wittgenstein a commencé par penser que les mots étaient liés à des faits dans le monde, puis a inversé sa position pour conclure que le sens des mots réside dans leur utilisation. Cela se reflète-t-il dans la mécanique quantique ?

WH : Je devrais d'abord donner ma propre opinion sur la philosophie de Wittgenstein. Je n'ai jamais trop été en accord avec les premiers livres de Wittgenstein et la philosophie de son *Tractatus Logico-philosophicus*, mais j'aime beaucoup les idées postérieures de Wittgenstein et sa philosophie du langage. Dans le *Tractatus*, que je trouvais trop étroit, il pensait toujours que les mots ont un sens bien défini, mais je pense que c'est une illusion. Les mots n'ont pas de sens. On peut parfois par axiomes donner un sens précis aux mots, mais on ne sait toujours jamais comment ces mots précis correspondent à la réalité, s'ils correspondent ou non à la réalité. Nous ne pouvons pas revenir sur la situation fondamentale - qui est que les mots sont censés être un lien entre la réalité et nous-mêmes - mais nous ne pouvons jamais savoir à quel point ces mots ou concepts correspondent à la réalité. On peut trouver cela dans le travail ultérieur de Wittgenstein. J'ai toujours trouvé étrange, en discutant de telles questions avec Bertrand Russell, qu'il ait un point de vue opposé ; il aimait les premiers travaux de Wittgenstein et ne pouvait rien faire du tout avec le travail tardif. Sur ces questions, nous étions toujours en désaccord, Russell et moi.

Je dirais que Wittgenstein, au vu de ses travaux ultérieurs, se serait rendu compte que lorsque nous utilisons des mots tels que position ou vitesse, pour les atomes, par exemple, nous ne pouvons pas savoir où cela nous mène, et dans quelle mesure les acceptions des mots sont applicables. En utilisant ces mots, nous apprenons leurs limites.

DP : Serait-il vrai de dire que la mécanique quantique a modifié la langue, et qu'à son tour, le langage modifiera l'interprétation de la mécanique quantique ?

WH : Là, je ne serais pas tout à fait d'accord. Dans le cas de la théorie de la relativité, je conviens que les physiciens ont simplement modifié leur langage ; par exemple, ils utiliseraient maintenant le mot simultané pour certains systèmes de coordonnées. De cette façon ils peuvent adapter leur langage au schéma mathématique. Mais en théorie quantique, cela n'est pas arrivé. Les physiciens n'ont jamais vraiment essayé d'adapter leur langage, bien qu'il y ait eut des tentatives théoriques. Mais il a été constaté que si nous voulions adapter le langage au schéma mathématique théorique quantique, nous aurions à changer même notre logique aristotélicienne. Et c'est à ce point désagréable que personne ne souhaite le faire ; il vaut mieux utiliser les mots dans leur sens limité, et quand il faut entrer dans les détails, on se retire simplement dans le schéma mathématique.

J'espère que les philosophes et tous les scientifiques apprendront de ce changement qui a eu lieu dans la théorie quantique. Nous avons appris que la langue est un instrument dangereux à utiliser, et ce fait aura certainement des répercussions dans d'autres domaines, mais c'est un processus très long qui durera plusieurs décennies, devrais-je dire.

Même dans les temps anciens, les philosophes se rendaient compte que le langage était limité ; ils ont toujours été sceptiques quant à l'utilisation illimitée de la langue. Cependant, ces doutes ou difficultés ont, peut-être, été renforcés par les développements actuels de la physique. Je pourrais mentionner que la plupart des biologistes utilisent encore aujourd'hui le langage et la manière de penser de la mécanique classique ; c'est-à-dire qu'ils décrivent leurs molécules comme si les parties des molécules n'étaient que des pierres ou quelque chose comme ça. Ils n'ont pas pris note des changements survenus dans la théorie quantique. Dans la mesure où ils se comprennent, il n'y a

rien à dire contre, mais je sens que tôt ou tard, aussi en biologie, on se rendra compte que cette simple utilisation d'images, de modèles, etc. ne sera pas tout à fait correcte.

PB : À quel point la transition se produit-elle du non-chemin vers le chemin dans un système biologique? Une molécule d'ADN est-elle un objet classique ou la cellule est-elle un objet classique?

WH : Il n'y a, bien sûr, pas de frontière très bien définie; c'est un changement continu. Quand nous arrivons à ces très petites dimensions, nous devons être préparés pour les limitations. Je ne pourrais suggérer aucun point bien défini où je dois abandonner l'utilisation d'un mot. C'est comme le mot *se mélanger* dans l'histoire; on ne peut pas dire "quand j'ai deux choses, alors je peux les mélanger." Mais que faire si vous en avez cinq ou dix? Pouvez-vous alors les mélanger?

PB : Il me semble qu'il y a quelque chose de très important ici sur la langue. Nous sommes des êtres vivants formés de structures cohérentes comme l'ADN et nous avons apparemment des chemins classiques et notre existence est compréhensible dans ce langage. Mais alors nous pouvons analyser en réduisant ces ensembles complexes et cohérents en parties de plus en plus petites, et n'est-ce pas non plus ce processus de réduction qui est à l'origine du paradoxe?

WH : Je dirais que la racine de la difficulté est le fait que notre langue est formée à partir de notre échange continu avec le monde extérieur. Nous sommes séparés de ce monde, et le fait que nous ayons une langue est un fait primordial de notre vie. Cette langue est faite pour que dans la vie quotidienne, on comprenne le monde, on ne peut pas faire en sorte que, dans des situations aussi extrêmes que la physique atomique ou les étoiles lointaines, notre langue convienne également. Ce serait trop demander.

PB : Y a-t-il un niveau fondamental de réalité?

WH : C'est exactement ça le point crucial; je ne sais pas ce que les mots "réalité fondamentale" signifient. Ils sont tirés de notre situation de vie quotidienne où ils ont une bonne signification, mais lorsque nous utilisons de tels termes, nous extrapolons généralement de notre vie quotidienne vers des zones très éloignées d'elle, où l'on ne peut pas s'attendre à ce que les mots aient un sens. C'est peut-être une des difficultés fondamentales de la philosophie : que notre pensée tienne dans la langue. Quoi qu'il en soit, nous sommes obligés d'utiliser les mots autant que possible; nous essayons d'étendre leur utilisation au maximum, puis nous nous retrouvons dans des situations dans lesquelles ils n'ont plus aucun sens.

DP : En discutant de "l'effondrement de la fonction d'onde", vous avez introduit la notion de potentialité. Souhaitez-vous développer cette idée?

WH : La question est : "Qu'est-ce qu'une vague décrit réellement?" Dans la physique ancienne, le schéma mathématique décrivait un système tel qu'il était, là dans l'espace et le temps. On pourrait appeler cela une description objective du système. Mais en théorie quantique, la fonction d'onde ne peut pas être appelée une description d'un système objectif, mais plutôt une description de situations d'observation. Lorsque nous avons une fonction d'onde, nous ne pouvons pas encore savoir ce qui se produira dans une expérience; il faut aussi connaître le dispositif expérimental. Quand

nous avons la fonction d'onde et le dispositif expérimental pour le cas particulier considéré, alors seulement nous pouvons faire des prédictions. Donc, dans ce sens, j'aime appeler la fonction d'onde une description des potentialités du système.

DP : Puis l'interaction avec l'appareil serait une potentialité qui se concrétise ?

WH : Oui.

DP : Puis-je vous interroger sur la notion kantienne de l'"a priori" une idée que vous avez introduite, en en modifiant le sens, dans vos discussions sur la théorie quantique ?

WH : Si je comprends bien, l'idée d'"a priori" souligne le fait que nos connaissances ne sont pas simplement empiriques, c'est-à-dire dérivées d'informations obtenues du monde extérieur par les sens et transformées en données dans le contenu de notre cerveau. Plutôt, "a priori" signifie que l'expérience n'est possible que lorsque nous avons déjà certains concepts qui sont la condition préalable de l'expérience. Sans ces concepts (par exemple, les concepts de l'espace et du temps dans la philosophie de Kant), nous ne pourrions même pas parler d'expérience.

Kant a fait valoir que notre expérience a deux sources : une source est le monde (c'est-à-dire l'information reçue par les sens), et l'autre source est l'existence de concepts par lesquels nous pouvons parler de ces expériences. Cette idée est également confirmée dans la théorie quantique.

PB : Mais ces concepts font partie du monde également.

WH : Qu'ils appartiennent au monde, c'est assez difficile à dire ; nous pouvons dire qu'ils appartiennent à notre manière de traiter le monde.

PB : Mais nous appartenons au monde, donc, en un sens, ces activités appartiennent également au monde.

WH : En ce sens, oui.

DP : Vous avez modifié le "a priori" en l'introduisant en tant que concept limité, est-ce vrai ?

WH : Bien sûr, Kant aurait pris le "a priori" comme quelque chose de plus absolu que ce que nous ferions en théorie quantique. Par exemple, Kant aurait peut-être dit que la géométrie euclidienne serait une base nécessaire pour décrire le monde, tandis que nous, après la relativité, nous dirions que nous n'avons pas nécessairement besoin d'utiliser la géométrie euclidienne ; nous pouvons utiliser la géométrie riemannienne, etc. De la même manière, la causalité a été prise par Kant comme une condition pour la science. Il dit que si nous ne pouvons pas conclure d'un fait que quelque chose doit avoir été avant ce fait, alors nous ne savons rien, et nous ne pouvons pas faire d'observations, car chaque observation suppose qu'il y a un chaînon causal reliant ce que nous expérimentons à ce qui est arrivé immédiatement avant. Si cette chaîne causale n'existe pas, alors nous ne savons pas ce que nous avons observé, dit Kant. La théorie quantique n'est pas d'accord avec cette idée et prouve en fait que nous pouvons procéder même dans les cas où cette chaîne causale n'existe pas.

DP : Dans l'une de vos théories récente, la causalité n'est-elle pas conservée, peut-être sous une nouvelle forme ?

WH : Nous avons la causalité dans le sens où pour qu'un point en influence un autre, il doit y avoir une action du premier au second point ; aucune action ne peut se produire s'il n'y a pas cette connexion. Mais à partir de là, il faut entrer dans des détails assez compliqués.

DP : Mais même ainsi, vous avez une causalité fondée sur l'idée de séparation et d'action, donc on revient à nouveau à un niveau philosophique, à ce que vous entendez par séparation et par interaction.

WH : Il faut parler d'"interaction et séparation", c'est tout à fait vrai, et nous utilisons ces termes comme nous l'avons fait dans la théorie classique. Mais, nous voyons une limitation. La séparation complète de deux événements peut être possible dans la théorie classique ; elle n'est pas possible en théorie quantique. Nous utilisons donc le terme ainsi que le fait de sa limitation.

DP : Quels sont exactement les critères pour que quelque chose soit dans le domaine classique ?

WH : Je dirais que les critères sont simplement que nous pouvons nous entendre par rapport à ces concepts (par exemple, "position", "vitesse", "température", "énergie"), et tant qu'on se comprend par rapport à ces termes, alors on est dans le domaine classique. Mais quand les concepts ne sont pas suffisants, alors il faut dire qu'on est parti au-delà de ce domaine classique.

Chaque système physique (oubliez pour le moment les systèmes biologiques) est toujours théoriquement quantique, dans le sens où nous pensons que la théorie quantique donne les bonnes réponses pour son comportement. Quand on dit qu'on est dans le domaine classique, cela signifie que nous obtenons les bonnes réponses ou les réponses nécessaires en utilisant des concepts classiques (au moins en cette approximation dans laquelle nous pouvons décrire le système par des concepts classiques). Donc, un système est classique uniquement dans certaines limites et ces limites peuvent être définies.

DP : Comment incluriez-vous des choses comme l'irréversibilité ?

WH : La thermodynamique est un domaine qui va au-delà de la mécanique newtonienne, en tant qu'elle introduit l'idée d'équilibre thermodynamique, ou de distribution canonique comme W. Gibbs l'a dit. La thermodynamique quitte la physique classique et entre dans le domaine de la théorie quantique, car elle parle de situations d'observation ; elle ne parle pas du système tel qu'il est, mais du système tel qu'il est lors d'un certain état d'observation, à savoir dans l'état d'équilibre de température. Si cet équilibre n'est pas respecté, alors on ne peut pas utiliser la thermodynamique. Donc tout le concept de l'irréversibilité est lié au concept d'équilibre thermodynamique.

DP : Et est-ce finalement lié à l'idée d'une limite classique à quelque chose ? Je suis en train de penser au problème de mesure qui semble toujours à associer à un processus irréversible : au fait que nous ayons un résultat défini pour un système en mécanique quantique alors que la mécanique

quantique elle-même ne semble pas prédire un résultat. Autrement dit, l'idée de mesure en mécanique quantique semble liée à l'idée d'une tendance irréversible.

WH : Oui, dans une certaine mesure, car du côté de l'observateur, nous utilisons des concepts classiques. L'idée que nous observons quelque chose indique déjà quelque chose d'irréversible. Si nous dessinons un trait de crayon sur un papier, par exemple, nous avons établi quelque chose qui ne peut être défait, pour ainsi dire. Chaque observation est irréversible, car nous avons obtenu des informations qui ne peuvent être oubliées.

DP : Dans quelle mesure cela est-il lié à la rupture de symétrie de la mécanique quantique pour un système pour lequel on obtient des observables classiques ?

WH : Je ne voudrais pas lier cela à la rupture de symétrie; cela va un peu loin. Nous essayons de décrire la situation d'observation en écrivant une fonction d'onde pour l'objet et l'équipement qui est en interaction avec cette fonction d'onde. Simplement en utilisant des mots classiques pour l'équipement, nous avons déjà fait l'hypothèse d'irréversibilité. Ou bien nous faisons l'hypothèse d'un comportement statistique, parce que la simple utilisation des mots classiques pour cette observation du côté du système rend impossible de connaître la fonction d'onde globale de l'objet et de l'équipement. Mais on ne peut pas utiliser la théorie quantique pour l'équipement au sens strict, car si nous écrivions la fonction d'onde globale de l'objet et de l'équipement, nous ne pourrions pas utiliser des mots classiques pour l'équipement, donc nous n'observerions rien. Nous ne faisons qu'observer lorsque nous utilisons des concepts classiques, jusqu'à quel point cette hypothèse de désordre, de comportement statistique, entre en jeu.

DP : En ce qui concerne quelque chose comme le ferromagnétisme, le système de mécanique quantique a donné lieu à un ordre macroscopique. Est-on alors dans le vrai si on dit qu'un système de mécanique quantique a en fait brisé sa propre symétrie et si on passe alors à une variable classique, sans aucune discussion sur un appareil de mesure, ou quoi que ce soit d'extérieur au système ?

WH : Considérons un ferromagnétisme comme isolé du reste du monde pendant un certain temps, puis demandons-nous quel est l'état le plus bas du système. Nous trouvons, par des calculs de mécanique quantique, que l'état le plus bas est celui dans lequel tout le système a une très grande composante d'impulsion magnétique. Si nous demandons ensuite "qu'observons-nous quand on considère ce système?", on voit qu'il est pratique d'attribuer la variable classique "moment magnétique" au système. Afin que nous puissions utiliser des termes classiques pour décrire ce comportement de mécanique quantique. Mais ce n'est pas vraiment un problème d'observation, seulement un problème sur la manière dont l'état le plus bas du système est défini.

PB : Comment la mécanique quantique gère-t-elle l'écoulement du temps ou est-ce qu'elle dit quoi que ce soit à ce propos ?

WH : Il faudrait que je répète ce que C. von Weizsäcker dit dans ses papiers : le temps est la condition préalable de la mécanique quantique, parce que nous voulons passer d'une expérience à l'autre, c'est-à-dire d'un moment à un autre. Mais c'est trop compliqué pour entrer dans les détails. Je dirais simplement que le concept de temps est vraiment une condition préalable de la théorie

quantique.

PB : Dans le domaine où la mécanique quantique fonctionne, toutes les équations sont réversibles par rapport au temps, à l'exception d'une expérience je crois. Le temps a donc plus à voir avec les systèmes classiques macroscopiques qu'avec les systèmes quantiques microscopiques.

WH : Je dirais que l'irréversibilité du temps intervient dans ces autres systèmes, avec ces problèmes que I. Prigogine décrit dans ses papiers, et est certainement extrêmement importante pour l'application macroscopique de la théorie quantique, et aussi pour la biologie, bien sûr.

DP : Pouvons-nous parler d'une théorie nouvelle parmi les vôtres, la théorie non linéaire des particules élémentaires ? Allez-vous finalement introduire des choses comme la gravitation dans cette théorie, et passer à un modèle dans lequel espace et temps émergent ?

WH : Encore une fois, nous avons une situation similaire à celle du ferromagnétisme. Nous essayons de résoudre les équations de la mécanique quantique, ou de la théorie quantique, mais on voit que le système acquiert des propriétés qui peuvent alors être décrites par le formalisme classique (par exemple, comme parler du moment, etc.). Nous espérons que de tels phénomènes que le rayonnement électromagnétique et la gravitation peuvent également sortir de la théorie des particules élémentaires, et nous avons des raisons de penser qu'il en est ainsi.

DP : L'idée de symétrie est une partie très importante de votre théorie.

WH : Commençons plus simplement en parlant de la mécanique quantique, sans tenir compte pour l'instant des difficultés de la physique élémentaire des particules. Dans la mécanique quantique, nous voyons que les corps macroscopiques ont des propriétés très compliquées, des formes complexes et un comportement chimique et bientôt, en considérant des particules de plus en plus petites, nous arrivons enfin à des objets qui sont vraiment beaucoup plus simples, par exemple les états stationnaires d'un atome d'hydrogène. Nous décrivons ses propriétés en disant que ces états sont des représentations des symétries fondamentales, comme la rotation dans l'espace. Alors, quand nous décrivons un système en écrivant quelques nombres quantiques (dans les atomes d'hydrogène, nous avons le principal nombre quantique et le nombre de moment cinétique), cela signifie que nous ne savons rien sauf dire que cet objet est une représentation de symétries. Les nombres quantiques nous disent quel genre de symétries nous entendons par là ; les nombres eux-mêmes disent que cet objet a ces propriétés. Ainsi, quand nous arrivons aux plus petits objets dans le monde, nous les caractérisons en mécanique quantique simplement par leur symétrie, ou comme représentations de symétries, et non en spécifiant des propriétés telles que la forme ou la taille.

DP : Il y a des symétries qui ne sont liées à aucune opération dans le monde, par exemple, des symétries telles que l'isospin. Quel sens ont-elles ? Pensez-vous qu'elles sont liées finalement aux propriétés de l'espace et du temps ?

WH : Je soupçonne que l'isospin est une symétrie similaire à l'espace et au temps. Je ne peux pas dire qu'il est lié à eux. Je dirais qu'il y a un certain nombre de symétries fondamentales dans ce monde qui peuvent à l'avenir être réduites à quelque chose d'encore plus simple, mais jusqu'ici

nous devons les prendre comme données, en conséquence de nos expériences. L'une des symétries les plus fondamentales est la symétrie du groupe de Lorentz, c'est-à-dire de l'espace et du temps, puis il y a les groupes d'isospin, les groupes d'échelle, etc. Il y a donc un certain nombre de groupes qui sont fondamentaux dans le sens où en décrivant les plus petites particules, nous nous référons à leur comportement et à leurs transformations.

L'idée est que l'on peut distinguer d'une part une loi naturelle, une loi fondamentale, qui détermine par exemple un spectre de particules élémentaires, et d'autre part, le comportement général du cosmos, qui est peut-être quelque chose qui ne passe pas par cette loi. Je pourrais vous rappeler, par exemple, les équations de la gravitation d'Einstein. Einstein a écrit ses équations de terrain et a pensé que les champs gravitationnels sont toujours déterminés par eux. Mais le cosmos n'est pas déterminé sans ambiguïté par ces équations de champ, bien qu'il existe plusieurs modèles du cosmos qui soient compatibles avec elles. Dans le même sens, je voudrais dire qu'il existe une loi naturelle sous-jacente qui détermine le spectre des particules élémentaires, mais la forme du cosmos n'est pas déterminée sans ambiguïté par cette loi. Logiquement, il serait possible d'avoir divers types de cosmos qui sont en accord avec elle. Cependant, si un certain modèle cosmologique a été "choisi", alors ce modèle, bien sûr, a quelques conséquences sur le spectre des particules élémentaires.

DP : Êtes-vous en train de dire qu'il existe des lois qui existent indépendantes ou hors de l'univers, à l'extérieur du monde, et que la réalité casse, ou que la réalité brise la symétrie représentée par les lois ?

WH : "Lois" signifie simplement que certaines de ces symétries sont inhérentes soit à la nature, soit à notre observation de la nature. Vous connaissez peut-être les tentatives de Weizsäcker, qui a essayé de dériver ces lois simplement de la logique. Nous devons utiliser la langue pour arriver à des conclusions, étudier des alternatives, et il se demande si à partir des seules alternatives nous pouvons arriver à ces symétries. Je ne sais pas si ses tentatives réussissent ou non. En physique, on ne peut travailler qu'avec l'hypothèse que nous avons des lois naturelles. Si nous n'avons pas de lois naturelles, alors tout peut arriver, et nous ne pouvons décrire ce que nous voyons, et c'est tout.

DP : Une autre caractéristique de votre théorie qui semble aller à contre-courant de la tendance actuelle - partons et quarks, etc. - c'est que vous semblez ressentir qu'aucune particule n'est plus élémentaire qu'une autre.

WH : Même si des quarks doivent être trouvés (et je ne crois pas qu'ils le seront), ils ne seront pas plus élémentaires que les autres particules, puisqu'un quark pourrait être considéré comme composé de deux quarks et un anti-quark, et ainsi de suite. Je pense que nous avons appris d'expériences qu'en arrivant à des unités de plus en plus petites, nous n'aboutissons pas à des unités fondamentales, ou à des unités indivisibles, mais nous aboutissons à un point où la division n'a aucun sens. Ceci est le résultat des expériences des vingt dernières années, et je crains que certains physiciens ignorent tout simplement ce fait expérimental.

DP : Il semblerait donc que les particules élémentaires ne soient que des représentations de symétries. Diriez-vous que ce ne sont pas des choses fondamentales elles-mêmes, ou "éléments constitutifs de l'univers", pour utiliser la manière ancienne de parler ?

WH : Encore une fois, la difficulté réside dans le sens des mots. Des mots comme des blocs de construction ou vraiment existant sont trop indéfinis dans leur sens, donc j'hésiterais à répondre à vos questions, car la réponse dépendrait des définitions du mot.

DP : Pour être plus précis, pourrait-on finalement avoir une description de la nature qui ne nécessiterait que des particules élémentaires ou, en variante, une description dans laquelle les particules élémentaires seraient définies en fonction du reste de l'univers ? Ou n'y a-t-il pas de point de départ, car il n'y a aucun axiome sur lequel on puisse construire toute la physique ?

WH : Non. Même si, par exemple, cette formule que Pauli et moi avons écrite il y a cinquante ans s'est avérée être la formulation correcte pour le spectre de particules élémentaires, ce n'est certainement pas la base pour toute la physique. La physique ne peut jamais être fermée, ou terminée, de sorte que nous devons nous tourner vers la biologie ou de telles choses. Ce que nous pouvons espérer, je pense, c'est que nous pouvons obtenir une explication du spectre de particules élémentaires, et avec lui également une explication de l'électromagnétisme et de la gravitation, dans le même sens que nous obtenons une explication du spectre d'une grosse molécule par l'équation de Schrödinger.

Cela ne signifie pas que la physique est arrivée à une fin. Cela signifie que, par exemple, à la frontière entre physique et biologie peuvent se trouver de nouvelles fonctionnalités auxquelles on n'a pas pensé en physique et en chimie. Quelque chose de tout nouveau peut arriver lorsqu'on essaiera d'utiliser la théorie quantique dans le domaine de la biologie. Par conséquent, je critique ces formulations qui impliquent la fin de la physique.

DP : Est-il possible de réduire la physique ou tout élément de physique à des axiomes purement logiques ?

WH : Je dirais que certaines parties de la physique peuvent toujours être réduites aux mathématiques logiques ou aux schémas mathématiques. Cela a été possible pour la physique newtonienne, pour la mécanique quantique, et ainsi de suite, donc je ne doute pas que ce sera aussi possible pour le monde des particules élémentaires. En astrophysique aujourd'hui, on tombe sur les pulsars et les trous noirs, deux régions dans lesquelles la gravitation devient énorme, et peut-être une force plus forte que toutes les autres forces. Je pourrais bien imaginer que dans de tels trous noirs, par exemple (s'ils existent), le spectre des particules élémentaires soit assez différent du spectre que nous avons actuellement. Dans les trous noirs, alors, nous aurions une nouvelle zone de la physique, dans une certaine mesure séparée de cette partie que nous appelons maintenant la physique des particules élémentaires. Il y aurait des connexions, et on aurait à étudier comment passer de l'une à l'autre ; mais je ne crois pas à la fin de la physique.