

14/11/12 : 11h21

Cher Monsieur Colonna,

Ce sont les courbes en diagonale (à  $x$  constant) qui sont à visualiser le plus fortement, toutes les autres lignes (vers le bas pour voir la hauteur des montagnes, vers les abscisses et ordonnées pour voir quels sont les décomposants), même si elles sont importantes (quels sont les décomposants notamment) me semblent devoir être plus légèrement dessinées pour qu'on puisse se concentrer sur cette idée de "tomber dans des trous qui sont les décompositions de Goldbach" pour un nombre pair donné (qu'il faudrait peut-être pouvoir lire...).

J'ai vu que vous vous intéressiez à la représentation la plus adéquate possible d'une "idée" mathématique. Ce domaine doit être passionnant.

Cordialement,

Denise Chemla

---

14/11/12 : 9h35

Chere Denise Chemla,

Je n'ai pas bien compris le "n'avoir les lignes courbes qu'à  $x$  constant et ne tirer les parallèles" qui ne me semble pas en accord avec la figure jointe (surface3d.jpg)...

Bien cordialement,

Jean-Francois COLONNA

CMAP (Centre de Mathematiques APpliquees)  
ECOLE POLYTECHNIQUE  
91128 Palaiseau Cedex  
France

WWW=[www.lactamme.polytechnique.fr](http://www.lactamme.polytechnique.fr)

Phone=+33 (0)1 69 33 46 45

E-mail=[jean-francois.colonna@polytechnique.edu](mailto:jean-francois.colonna@polytechnique.edu)

---

13/11/12 : 17h07

Bonsoir,

Ah oui, c'est nettement mieux. Serait-il cependant possible de n'avoir les lignes courbes qu'à  $x$  constant et ne tirer les parallèles aux axes (des abscisses et des ordonnées) qu'au sol et très peu visibles ?...

Votre visualisation correspond assez bien à ce que j'avais en tête sauf que j'imaginai davantage une surface bosselée dans le style de celles qu'on peut dessiner avec Matlab je crois. Mon fils Jonathan m'a proposé de m'aider à représenter ma surface  $\sigma(p)+\sigma(x-p)$ , si ce n'est qu'il est assez peu

disponible (en deuxième année à Supélec), nous verrons quand il aura le temps.

En pj, le style de représentation à laquelle je pensais.

Bien cordialement,

Denise Chemla

---

13/11/12 : 14h45

Chere Denise Chemla,

Voici deux representations tridimensionnelles plus lisibles :

<http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/images/GOLD.41.D/display.html>

<http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/images/GOLD.42.D/display.html>

pour  $N=2, \dots, 17$  et  $N=2, \dots, 33$  respectivement.

Enfin, je n'ai pas encore eu le temps de regarder la formule provenant de l'équation de Chazy...

Bien cordialement,

Jean-Francois COLONNA

CMAP (Centre de Mathematiques APpliquees)

ECOLE POLYTECHNIQUE

91128 Palaiseau Cedex

France

WWW=[www.lactamme.polytechnique.fr](http://www.lactamme.polytechnique.fr)

Phone=+33 (0)1 69 33 46 45

E-mail=[jean-francois.colonna@polytechnique.edu](mailto:jean-francois.colonna@polytechnique.edu)

13/11/12 : 10h47

Cher Professeur,

Sinon, grand merci d'avoir tout transféré à M. Colonna dont j'ai reçu un mail hier et dont j'attends avec impatience la réponse (savoir si l'équation de Chazy, la récurrence super-chouette de M. Giard pourrait servir à quelque chose).

Bien à vous,

Denise

<kangourou.tex><kangourou.pdf>

---

13/11/12 : 9h23

Chere Denise Chemla,

Comme promis, voici une representation tridimensionnelle :

<http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/images/GOLD.41.D/display.html>

pour  $N=2, \dots, 17$ .

Comme je le supposais dans mon dernier mail, la lecture de cette image est difficile. Je vais voir s'il y a moyen de l'ameliorer...

Bien cordialement,

Jean-Francois COLONNA

CMAP (Centre de Mathematiques APpliquees)  
ECOLE POLYTECHNIQUE  
91128 Palaiseau Cedex  
France

WWW=[www.lactamme.polytechnique.fr](http://www.lactamme.polytechnique.fr)  
Phone=+33 (0)1 69 33 46 45  
E-mail=[jean-francois.colonna@polytechnique.edu](mailto:jean-francois.colonna@polytechnique.edu)

---

11/11/12 : 11h41

Cher Monsieur Colonna,

Merci beaucoup pour votre mail : j'ai eu cette idée de voir les décomposants de Goldbach (qui est évidente, et qui n'est pas plus mon idée que l'idée de quiconque sait que la somme des diviseurs d'un nombre premier  $p$  vaut  $p+1$ ) comme minimisant  $\sigma(p)+\sigma(x-p)$  pour  $p$  pair fixé il y a longtemps, lorsque j'ai découvert l'article d'Euler joint. J'ai alors programmé (un vrai régal intellectuel) la récurrence d'Euler (dont vous pouvez trouver le programme euler.cpp à la page

<http://denise.vella.chemla.free.fr/eulernp.html>

mais que je joins également).

On voit très bien dans la page numérique de l'article d'Euler (p.4) que les nombres premiers sont des minima locaux pour la fonction somme de diviseurs et je trouvais marrante cette idée de "tomber dans des trous Goldbach" !

Plus tard, cherchant dans l'OEIS, j'ai trouvé à cette page-là (séquence A000203)

<http://oeis.org/search?q=sum+of+divisors&language=english&go=Search>

la formule de Dominique Giard.

Je lui ai écrit pour savoir "d'où elle sortait" (!) et il m'a parlé d'équation de Chazy. On trouve à plusieurs endroits du net quelques éléments et cours à ce sujet et on pourrait trouver exactement d'où elle provient mais là n'est pas le but.

Mon but aurait été d'utiliser cette formule pour trouver directement par calcul un décomposant de Goldbach de  $x$  en disant que c'est une solution de l'équation  $\sigma(p) + \sigma(x-p) - x - 2 = 0$ .

J'ai essayé mais je n'ai absolument pas réussi à mettre sous une autre forme de manière à trouver plus directement sa solution une telle équation parce que tous ces sigmas, tous ces coefficients, sont hors de ma portée. Je serais très contente si vous me disiez qu'une telle formule peut ou ne peut pas être trouvée avec cette idée (normalement, de la même façon qu'on peut calculer la somme des diviseurs, on doit pouvoir calculer les décomposants de Goldbach, ou bien leur somme, ou bien leur nombre, parce qu'il me semble que toutes ces fonctions sont des fonctions arithmétiques mais je me trompe sûrement ; en témoignent pour moi toutes les comètes que j'avais calculées grâce aux programmes que Daniel Diaz, un collègue avec qui j'avais travaillé lorsque j'étais ingénieur, avait concoctés pour moi à Noël 2010 et dont je vous joins la note écrite à l'époque).

Je vous serais très reconnaissante de m'envoyer vos représentations, j'aurais grand plaisir à ajouter un lien de mon site

<http://denise.vella.chemla.free.fr>

vers de telles pages.

Salutations respectueuses,

Denise Chemla

---

11/11/12 : 10h38

Chere Denise Chemla,

Claude Bruter vous a transmis les images :

<http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/images/GOLD.11.D/display.html>  
<http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/images/GOLD.12.D/display.html>

et m'a renvoye votre reponse.

J'avais deja fait des choses concernant la somme des diviseurs (SD) ainsi que le nombre de diviseurs (ND) et par exemple un generalisation de la Spirale d'Ulam :

<http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/images/PRIM.51.1000.D/display.html>

ou c'est ND(N) qui est visualise pour chaque entier N (et non pas sa propriete d'etre premier ou pas).

Je suis en train de regarder votre suggestion de visualiser la surface  $\{X, Y, SD(X)+SD(Y)\}$ . Mais je ne suis pas encore convaincu de sa "lisibilite" pour deux raisons :

1-Elle sera tres chaotique (sauf en se limitant a tres peu de nombres entiers : 10 ou 20 par exemple) et elle n'a evidemment pas de "sens" en dehors de ses points de coordonnees entieres.

2-Sur les lignes  $X+Y=N$  (N etant un entier de 2 a ...) le minimum de  $SD(X)+SD(Y)$  est egal a (avec  $N=P_1+P_2$ ,  $P_1$  et  $P_2$  etant deux nombres premiers) :

$$\min(SD(X)+SD(Y)) = SD(P_1)+SD(P_2) = (P_1+1)+(P_2+1) = (P_1+P_2)+2 = N+2$$

et ainsi ce minumum augmente lineairement avec N. Afin de le conserver constant, j'essaye actuellement plutot de visualiser la surface  $\{X, Y, SD(X)+SD(Y)-(X+Y+2)\}$ . Je vous tiendrai au courant de mes experiences...

Bien cordialement,

Jean-Francois COLONNA

CMAP (Centre de Mathematiques APpliquees)  
ECOLE POLYTECHNIQUE  
91128 Palaiseau Cedex  
France

WWW=[www.lactamme.polytechnique.fr](http://www.lactamme.polytechnique.fr)  
Phone=+33 (0)1 69 33 46 45  
E-mail=[jean-francois.colonna@polytechnique.edu](mailto:jean-francois.colonna@polytechnique.edu)

9/11/12 : 16h27

Cher Professeur,

En fait, vous pourriez suggérer la chose suivante à M. Colonna : pour les visualisations en 3D, ce serait superbe d'utiliser la somme des diviseurs d'Euler (vous vous rappelez, pour laquelle il propose une récurrence dans le sublime article, le seul en français pour attester de la grande valeur de cette note aux yeux d'Euler "Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs")

[http://portail.mathdoc.fr/cgi-bin/oetoc?id=OE\\_EULER\\_1\\_2](http://portail.mathdoc.fr/cgi-bin/oetoc?id=OE_EULER_1_2)

) : comme je le propose dans le paragraphe tout en bas de la page 2 de la note petites-notes-sans-legendre jointe.

Dans un espace à trois dimensions, on relie les points à coordonnées entières  $(x, y, z)$  définis par  $z = \sigma(x) + \sigma(y)$  par une surface bosselée. Quand on "se promène" sur une diagonale d'équation  $x + y = 2a$ , les "trous" dans lesquels on tombe (les points qui minimisent  $\sigma(x) + \sigma(y)$ ) sont justement les solutions Goldbach de  $2a$  (c'est à dire de deux premières coordonnées premières).

Je joins le programme c++ de calcul de la somme des diviseurs par la formule provenant de l'équation de Chazy (plus simple à programmer que la récurrence d'Euler, mais j'ai aussi l'autre si ça l'intéresse), à l'adresse

<http://denise.vella.chemla.free.fr/eulernp.html>

pour M. Colonna.

Merci beaucoup de lui fournir tout cela.

Bien à vous,

Denise



