*Une connaissance de base fournie par l'article de Cauchy de 1840 aux C.R.A.S. concernant les résidus quadratiques et non quadratiques (ou Trouver la racine par les racines, Denise Vella-Chemla, juin 2021)*

Soient $n$ un entier et $m$ un entier compris entre 0 et $n-1$.

Appelons $\omega = \dfrac{2\pi}{n}$ et $\rho = \cos m\omega + \sqrt{-1}\sin m\omega$.

Notons $\Delta = \sum\limits_{k=0}^{n-1} \rho^{k^2}$.

Alors, on a:

- $\Delta = n^{\frac{1}{2}}$ lorsque $n$ est de la forme $4x+1$,
- $\Delta = n^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1}$ lorsque $n$ est de la forme $4x+3$.

Ainsi, par exemple, on trouvera

pour $n = 3$,

$$\begin{gathered}\rho = \cos\frac{2\pi}{3} + \sqrt{-1}\sin\frac{2\pi}{3} \\ \Delta = 1+\rho+\rho^4 = 3^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1}\ ;\end{gathered}$$

pour $n = 5$,

$$\Delta = 1+\rho+\rho^4+\rho^9+\rho^{16} = 5^{\frac{1}{2}}\ ;$$

pour $n = 9 = 3^2$,

$$\Delta = 1+\rho+\rho^4+\ldots+\rho^{64} = 3\ ;$$

pour $n = 27 = 3^3$,

$$\Delta \quad = 1+\rho+\rho^4+\ldots+\rho^{26} = 27^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1}\ ;$$

pour $n = 15 = 3.5$,

$$\begin{aligned}\Delta &\quad = 1+\rho+\rho^4+\ldots+\rho^{14^2} = 15^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1}\ ; \\ &\text{etc}\ldots\end{aligned}$$