

Mots périodiques ou comment projeter tous les restes sur 0 ou 1 (suite) (Denise Vella-Chemla, 9.1.2019)

Note : la méthode présentée ci-dessous de recherche de décomposants de Goldbach des nombres pairs ne permet pas de trouver comme décomposant de Goldbach de  $n$  un nombre premier  $p$  inférieur à  $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$  (on oublie systématiquement les congruences à 0). Par exemple, juste ci-dessous, 3 n'est pas noté comme décomposant de Goldbach de 26 le double de 13 alors qu'il en est un :  $26 = 3 + 23$ . Le traitement des  $n$  doubles de premiers est différencié en rouge.

$$n = 26, n \equiv 2 \pmod{3}, n \equiv 1 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \times$
	13      7

$$n = 28, n \equiv 1 \pmod{3}, n \equiv 3 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 2 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \quad \times$
	11

$$n = 30, n \equiv 2 \pmod{3}, n \equiv 1 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \times \quad \times \quad \times$
	13    11    7

$$n = 32, n \equiv 2 \pmod{3}, n \equiv 1 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \quad \times$
	13

$$n = 34, n \equiv 1 \pmod{3}, n \equiv 4 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 2 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 3 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \times \quad \times$
	17    11

$$n = 36, n \equiv 2 \pmod{3}, n \equiv 1 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$
	17    13    7

$$n = 38, n \equiv 2 \pmod{3}, n \equiv 3 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \quad \times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \quad \times \quad \quad \times$
	19                7

$$n = 40, n \equiv 2 \pmod{3}, n \equiv 1 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \quad \times \quad \quad \times$
	17    11

$$n = 42, n \equiv 2 \pmod{3}, n \equiv 1 \pmod{5}$$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$$

$(mod 5)$	$\times \quad \times \quad \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$
$(mod 3)$	$\times \quad \times \quad \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$
	19    13    11

$n = 44$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{5}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$

(mod 5)	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
(mod 3)	$\times$	$\times$	$\times$			
	13			7		

$n = 46$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{5}$

$sol \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$

(mod 5)	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
(mod 3)	$\times$	$\times$	$\times$			
	23		17			

$n = 48$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{5}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$

(mod 5)	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
(mod 3)	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
	19	17		11		7

$n = 50$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{7}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	$\times$						
(mod 5)	$\times$						
(mod 3)	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$		
	19		13				

$n = 52$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 2 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{7}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	$\times$						
(mod 5)	$\times$						
(mod 3)	$\times$						
	23		11				

$n = 54$ ,  $n \equiv 0 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 4 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 5 \pmod{7}$

$sol \equiv 1, 2 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3, 4, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	$\times$						
(mod 5)	$\times$						
(mod 3)	$\times$						
	23	17	13	11			

$n = 56$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 0 \pmod{7}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	$\times$						
(mod 5)	$\times$						
(mod 3)	$\times$						
	19		13				

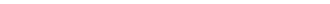
$n = 58$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 2 \pmod{7}$

$sol \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	$\times$						
(mod 5)	$\times$						
(mod 3)	$\times$						
	29		17		11		

$$n = 60, \ n \equiv 0 \ (3), \ n \equiv 0 \ (5), \ n \equiv 4 \ (7)$$

*sol*  $\equiv$  1, 2 (3), *sol*  $\equiv$  1, 2, 3, 4 (5), *sol*  $\equiv$  1, 2, 4, 5, 6 (7)

$(mod\ 7)$	
$(mod\ 5)$	
$(mod\ 3)$	

$$n = 62, \quad n \equiv 2 \pmod{3}, \quad n \equiv 2 \pmod{5}, \quad n \equiv 6 \pmod{7}$$

*sol*  $\equiv$  1 (3), *sol*  $\equiv$  1, 3, 4 (5), *sol*  $\equiv$  1, 2, 3, 4, 5 (7)

$(mod\ 7)$	$\times\ \times$	$\times\ \times$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times$	$\times\ \times$
$(mod\ 5)$	$\times\ \times$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times$	$\times$
$(mod\ 3)$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
	31		19		

$$n = 64, \ n \equiv 1 \ (3), \ n \equiv 4 \ (5), \ n \equiv 1 \ (7)$$

*sol* ≡ 2 (3), *sol* ≡ 1, 2, 3 (5), *sol* ≡ 2, 3, 4, 5, 6 (7)

$$n = 66, \ n \equiv 0 \ (3), \ n \equiv 1 \ (5), \ n \equiv 3 \ (7)$$

*sol*  $\equiv$  1, 2 (3), *sol*  $\equiv$  2, 3, 4 (5), *sol*  $\equiv$  1, 2, 4, 5, 6 (7)

$(mod\ 7)$	$\times$									
$(mod\ 5)$	$\times$									
$(mod\ 3)$	$\times$									
	29	23	19	13						

$$n = 68, \ n \equiv 2 \ (3), \ n \equiv 3 \ (5), \ n \equiv 5 \ (7)$$

*sol* ≡ 1 (3), *sol* ≡ 1, 2, 4 (5), *sol* ≡ 1, 2, 3, 4, 6 (7)

$(mod\ 7)$	$\times\ \times\ \times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times\ \times\ \times$
$(mod\ 5)$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times$
$(mod\ 3)$	$\times$	$\times\ \times\ \times$

$$n = 70, \ n \equiv 1 \ (3), \ n \equiv 0 \ (5), \ n \equiv 0 \ (7)$$

*sol*  $\equiv$  2 (3), *sol*  $\equiv$  1, 2, 3, 4 (5), *sol*  $\equiv$  1, 2, 3, 4, 5, 6 (7)

$(mod\ 7)$	$\times\ \times\ \times\ \times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times\ \times\ \times\ \times$
$(mod\ 5)$	$\times\ \times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times\ \times$
$(mod\ 3)$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times$

$$n = 72, \quad n \equiv 0 \pmod{3}, \quad n \equiv 2 \pmod{5}, \quad n \equiv 2 \pmod{7}$$

$sol \equiv 1, 2$  (3),  $sol \equiv 1, 3, 4$  (5),  $sol \equiv 1, 3, 4, 5, 6$  (7)

$(mod\ 7)$	$\times\ \times\ \times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times\ \times\ \times$	$\times\ \times$
$(mod\ 5)$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times\ \times$
$(mod\ 3)$	$\times\ \times\ \times$	$\times\ \times$	$\times\ \times\ \times$

$n = 74$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 4 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 4 \pmod{7}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 5)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 3)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

37      31      13

---

$n = 76$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 6 \pmod{7}$

$sol \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3, 4, 5 \pmod{7}$

(mod 7)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 5)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 3)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

29      23      17

---

$n = 78$ ,  $n \equiv 0 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{7}$

$sol \equiv 1, 2 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 2, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 5)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 3)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

37      31      19      17      11

---

$n = 80$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 0 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{7}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 5)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 3)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

37      19      13

---

$n = 82$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 2 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 5 \pmod{7}$

$sol \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 3, 4 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3, 4, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 5)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 3)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

41      29      23      11

---

$n = 84$ ,  $n \equiv 0 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 4 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 0 \pmod{7}$

$sol \equiv 1, 2 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 5)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 3)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

41      37      31      23      17      13      11

---

$n = 86$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 4 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 2 \pmod{7}$

$sol \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $sol \equiv 1, 2, 3 \pmod{5}$ ,  $sol \equiv 1, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$

(mod 7)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 5)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
(mod 3)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

43      19      13

$n = 88$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 4 \pmod{7}$

$$sol \equiv 2 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 4 \pmod{5}, sol \equiv 1, 2, 3, 5, 6 \pmod{7}$$

(mod 7)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 5)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 3)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
41	29	17											

$n = 90$ ,  $n \equiv 0 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 0 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 6 \pmod{7}$

$$sol \equiv 1, 2 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 3, 4 \pmod{5}, sol \equiv 1, 2, 3, 4, 5 \pmod{7}$$

(mod 7)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 5)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 3)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
43	37	31	29	23	19	17	11						

$n = 92$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 2 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{7}$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 1, 3, 4 \pmod{5}, sol \equiv 2, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$$

(mod 7)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 5)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 3)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
31		19		13									

$n = 94$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 4 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{7}$

$$sol \equiv 2 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 3 \pmod{5}, sol \equiv 1, 2, 4, 5, 6 \pmod{7}$$

(mod 7)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 5)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 3)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
47	41		23		11								

$n = 96$ ,  $n \equiv 0 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 5 \pmod{7}$

$$sol \equiv 1, 2 \pmod{3}, sol \equiv 2, 3, 4 \pmod{5}, sol \equiv 1, 2, 3, 4, 6 \pmod{7}$$

(mod 7)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 5)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 3)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
43	37	29	23	17	13								

$n = 98$ ,  $n \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 3 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 0 \pmod{7}$

$$sol \equiv 1 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 4 \pmod{5}, sol \equiv 1, 2, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$$

(mod 7)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 5)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 3)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
37	31		19										

$n = 100$ ,  $n \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $n \equiv 0 \pmod{5}$ ,  $n \equiv 2 \pmod{7}$

$$sol \equiv 2 \pmod{3}, sol \equiv 1, 2, 3, 4 \pmod{5}, sol \equiv 1, 3, 4, 5, 6 \pmod{7}$$

(mod 7)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 5)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
(mod 3)	✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗ ✗												
47	41	29	23	17	11								