

*De visu (Denise Vella-Chemla, 17.8.16)*

On cherche une règle de récurrence, qui régirait les nombres de petits résidus quadratiques, dans la mesure où ces nombres permettent de distinguer les nombres premiers des nombres composés.

Pour cela, on observe la manière dont évolue la coloration de certaines cases des tables de multiplication modulaire des nombres de 7 à 23.

Les zones colorées s'étendent comme des sortes de vagues, de formes de plus en plus logarithmiques (?) au fur et à mesure qu'elles grossissent.

*Modulo 7* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $7/2 = 3$ )

	1	2	3	
1	1	2	3	0
2	2	4	6	2
3	3	6	2	1

*Modulo 8* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $8/2 = 4$ )

	1	2	3	4	
1	1	2	3	4	0
2	2	4	6	0	1
3	3	6	1	4	1
4	4	0	4	0	0

*Modulo 9* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $9/2 = 4$ )

	1	2	3	4	
1	1	2	3	4	0
2	2	4	6	8	2
3	3	6	0	3	1
4	4	8	3	7	2

*Modulo 10* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $10/2 = 5$ )

	1	2	3	4	5	
1	1	2	3	4	5	0
2	2	4	6	8	0	2
3	3	6	9	2	5	2
4	4	8	2	6	0	2
5	5	0	5	0	5	0

*Modulo 11* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $11/2 = 5$ )

	1	2	3	4	5	
1	1	2	3	4	5	0
2	2	4	6	8	10	3
3	3	6	9	1	4	2
4	4	8	1	5	9	2
5	5	10	4	9	3	2

*Modulo 12* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $12/2 = 6$ )

	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	4	6	8	10	0	2
3	3	6	9	0	3	6	1
4	4	8	0	4	8	0	2
5	5	10	3	8	1	6	2
6	6	0	6	0	6	0	0

*Modulo 13* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $13/2 = 6$ )

	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	3	4	5	6	0
2	2	4	6	8	10	12	3
3	3	6	9	12	2	5	2
4	4	8	12	3	7	11	4
5	5	10	2	7	12	4	3
6	6	12	5	11	4	11	3

*Modulo 14* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $14/2 = 7$ )

	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	2	3	4	5	6	7	0
2	2	4	6	8	10	12	0	3
3	3	6	9	12	1	4	0	2
4	4	8	12	2	6	10	0	3
5	5	10	1	6	11	2	7	2
6	6	12	4	10	2	8	0	3
7	7	0	7	0	7	0	7	0

*Modulo 15* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $15/2 = 7$ )

	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	2	3	4	5	6	7	0
2	2	4	6	8	10	12	14	4
3	3	6	9	12	0	3	6	2
4	4	8	12	1	5	9	13	4
5	5	10	0	5	10	0	5	2
6	6	12	3	9	0	6	12	3
7	7	14	6	13	5	12	4	3

*Modulo 16* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $16/2 = 8$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	0
2	2	4	6	8	10	12	14	0	3
3	3	6	9	12	15	2	5	8	2
4	4	8	12	0	4	8	12	0	2
5	5	10	15	4	9	14	3	8	2
6	6	12	2	8	14	4	10	0	3
7	7	14	5	12	3	10	1	8	3
8	8	0	8	0	8	0	8	0	0

*Modulo 17* : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $17/2 = 8$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	0
2	2	4	6	8	10	12	14	16	4
3	3	6	9	12	15	1	4	7	2
4	4	8	12	16	3	7	11	15	4
5	5	10	15	3	8	13	1	6	3
6	6	12	1	7	13	2	8	14	3
7	7	14	4	1	1	8	15	5	3
8	8	16	7	15	6	14	5	13	4

Modulo 18 : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $18/2 = 9$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	2	4	6	8	10	12	14	16	0	4
3	3	6	9	12	15	0	3	6	9	2
4	4	8	12	16	2	6	10	14	0	4
5	5	10	15	2	7	12	17	4	9	4
6	6	12	0	6	12	0	6	12	0	3
7	7	14	3	10	17	6	13	2	9	4
8	8	16	6	14	4	12	2	10	0	4
9	9	0	9	0	9	0	9	0	9	0

Modulo 19 : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $19/2 = 9$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	5
3	3	6	9	12	15	18	2	5	8	3
4	4	8	12	16	1	5	9	13	17	4
5	5	10	15	1	6	11	16	2	7	4
6	6	12	18	5	11	17	4	10	16	5
7	7	14	2	9	16	4	11	18	6	4
8	8	16	5	13	2	10	18	7	15	5
9	9	18	8	17	7	16	6	15	5	4

Modulo 20 : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $20/2 = 10$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	0	4
3	3	6	9	12	15	18	1	4	7	10	3
4	4	8	12	16	0	4	8	12	16	0	4
5	5	10	15	0	5	10	15	0	5	10	2
6	6	12	18	4	10	16	2	8	14	0	4
7	7	14	1	8	15	2	9	16	3	10	3
8	8	16	4	12	0	8	16	4	12	0	4
9	9	18	7	16	5	14	3	12	1	10	4
10	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	0

Modulo 21 : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $21/2 = 10$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	0
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	18	5
3	3	6	9	12	15	18	0	3	6	9	3
4	4	8	12	16	20	3	7	11	15	19	6
5	5	10	15	20	4	9	14	19	3	8	4
6	6	12	18	3	9	15	0	6	12	18	5
7	7	14	0	7	14	0	7	14	0	7	3
8	8	16	3	11	19	6	14	1	9	17	5
9	9	18	6	15	3	12	0	9	18	6	4
10	10	20	9	19	8	18	7	17	6	16	5

Modulo 22 : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $22/2 = 11$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20		5
3	3	6	9	12	15	18	21	2	5	8	11	4
4	4	8	12	16	20	2	6	10	14	18		5
5	5	10	15	20	3	8	13	18	1	6	11	4
6	6	12	18	2	8	14	20	4	10	16		5
7	7	14	21	6	13	20	5	12	19	4	11	5
8	8	16	2	10	18	4	12	20	6	14		4
9	9	18	5	14	1	10	19	6	15	2	11	4
10	10	20	8	18	6	16	4	14	2	12		5
11	11	0	11	0	11	0	11	0	11	0	11	0

Modulo 23 : (comptage en couleur cyan des nombres supérieurs à  $23/2 = 11$ )

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	6
3	3	6	9	12	15	18	21	1	4	7	10	4
4	4	8	12	16	20	1	5	9	13	17	21	6
5	5	10	15	20	2	7	12	17	22	4	9	5
6	6	12	18	1	7	13	19	2	8	14	20	6
7	7	14	21	5	12	19	3	10	17	1	8	5
8	8	16	1	9	17	2	10	18	3	11	19	4
9	9	18	4	13	22	8	17	3	13	21	7	6
10	10	20	7	17	4	14	1	11	21	8	18	5
11	11	22	10	21	9	20	8	19	7	18	6	5

Pour les nombres impairs, les séquences de nombres de petits résidus quadratiques sont successivement :

7 : 0 2 1  
 9 : 0 2 1 2  
 11 : 0 3 2 2 2  
 13 : 0 3 2 4 3 3  
 15 : 0 4 2 4 2 3 3  
 17 : 0 4 2 4 3 3 3 4  
 19 : 0 5 3 4 4 5 4 5 4  
 21 : 0 5 3 6 4 5 3 5 4 5  
 23 : 0 6 4 6 5 6 5 4 6 5 5

Pour les pairs, ont été obtenues les séquences suivantes :

8 : 0 1 1 0  
 10 : 0 2 2 2 0  
 12 : 0 2 1 2 2 0  
 14 : 0 3 2 3 2 3 0  
 16 : 0 3 2 2 2 3 3 0  
 18 : 0 4 2 4 4 3 4 4 0  
 20 : 0 4 3 4 2 4 3 4 4 0  
 22 : 0 5 4 5 4 5 5 4 4 5 0

Peut-être faut-il étudier toutes les séquences à la fois, même si aucun pair sauf 2 n'est premier.

```
7: 0 2 1
8: 0 1 1 0
9: 0 2 1 2
10: 0 2 2 2 0
11: 0 3 2 2 2
12: 0 2 1 2 2 0
13: 0 3 2 4 3 3
14: 0 3 2 3 2 3 0
15: 0 4 2 4 2 3 3
16: 0 3 2 2 2 3 3 0
17: 0 4 2 4 3 3 3 4
18: 0 4 2 4 4 3 4 4 0
19: 0 5 3 4 4 5 4 5 4
20: 0 4 3 4 2 4 3 4 4 0
21: 0 5 3 6 4 5 3 5 4 5
22: 0 5 4 5 4 5 5 4 4 5 0
23: 0 6 4 6 5 6 5 4 6 5 5
```