

1 Méthode constructive de calcul d'un décomposant de Goldbach d'un nombre pair par affectation de mots binaires

Voici quels sont les mots binaires de longueur 3, 5, 7 et 9 à associer à un nombre pair en fonction de la classe de congruence de sa moitié¹. On associera à un nombre pair autant de mots qu'il y a de nombres impairs supérieurs ou égaux à 3 et inférieurs ou égaux à sa racine. On comprend qu'il est aisé de généraliser. Il restera à démontrer que le mot final associé à un nombre pair (par "ou booléen" de puissances de ses mots associés) contient toujours un 0. Le fait de barrer la première lettre d'un mot correspond au fait que ce mot est de longueur impaire (sa ligne de pliage tombe au milieu d'une lettre).

1.1 Mots de longueur 3 à associer au nombre pair

- doubles de $6k$: 010
- doubles de $6k + 1$ ou de $6k + 5$: ~~0~~11
- doubles de $6k + 2$ ou de $6k + 4$: 101
- doubles de $6k + 3$: ~~1~~00

1.2 Mots de longueur 5 à associer au nombre pair

- doubles de $10k$: 00100
- doubles de $10k + 1$ ou de $10k + 9$: ~~0~~0110
- doubles de $10k + 2$ ou de $10k + 8$: 01010
- doubles de $10k + 3$ ou de $10k + 7$: ~~0~~1001
- doubles de $10k + 4$ ou de $10k + 6$: 10001
- doubles de $10k + 5$: ~~1~~0000

1.3 Mots de longueur 7 à associer au nombre pair

- doubles de $14k$: 0001000
- doubles de $14k + 1$ ou de $14k + 13$: ~~0~~001100
- doubles de $14k + 2$ ou de $14k + 12$: 0010100
- doubles de $14k + 3$ ou de $14k + 11$: ~~0~~010010
- doubles de $14k + 4$ ou de $14k + 10$: 0100010
- doubles de $14k + 5$ ou de $14k + 9$: ~~0~~100001
- doubles de $14k + 6$ ou de $14k + 8$: 1000001
- doubles de $14k + 7$: ~~1~~000000

¹Ces régularités font penser à la loi de réciprocité quadratique.

1.4 Mots de longueur 9 à associer au nombre pair

- doubles de $18k$: 000010000
- doubles de $18k + 1$ ou de $18k + 17$: 000011000
- doubles de $18k + 2$ ou de $18k + 16$: 000101000
- doubles de $18k + 3$ ou de $18k + 15$: 000100100
- doubles de $18k + 4$ ou de $18k + 14$: 001000100
- doubles de $18k + 5$ ou de $18k + 13$: 001000010
- doubles de $18k + 6$ ou de $18k + 12$: 010000010
- doubles de $18k + 7$ ou de $18k + 11$: 010000001
- doubles de $18k + 8$ ou de $18k + 10$: 100000001
- doubles de $18k + 9$: 100000000

2 Application à la recherche d'un décomposant de Goldbach de 100

100 est un double de pair. Son mot final associé est de longueur paire.

50, la moitié de 100 est un $6x + 2$, on associe au nombre 100 le mot de longueur 3 : 101.

50 est un $10k$, on associe au nombre 100 le mot de longueur 5 : 00100.

50 est un $14k + 8$, on associe au nombre 100 le mot de longueur 7 : 1000001.

50 est un $18k + 14$, on associe au nombre 100 le mot de longueur 9 : 001000100.

On fait un "ou booléen" de ces 4 mots. On obtient la lettre 0 en position 2.

Donc $(50 - 2 \times 2 + 1) + (50 + 2 \times 2 - 1) = 47 + 53$ est une décomposition de Goldbach de 100.

3 Application à la recherche d'un décomposant de Goldbach de 98

98 est un double d'impair. Son mot final associé est de longueur impaire.

49, la moitié de 98 est un $6x + 1$, on associe à 98 le mot de longueur 3 : 011.

49 est un $10k + 9$, on associe à 98 le mot de longueur 5 : 00110.

49 est un $14k + 7$, on associe à 98 le mot de longueur 7 : 1000000.

49 est un $18k + 13$, on associe à 98 le mot de longueur 9 : 001000010.

On fait un "ou booléen" de ces 4 mots ou plus exactement de leurs puissances.

$$0110110 \vee 0011000 \vee 1000000 \vee 0010000 = 1111110.$$

On obtient la lettre 0 en position 6 (mot de longueur impaire, on ne compte pas la lettre sur la ligne de pli si c'est un 1, si c'est un 0, le nombre pair considéré vérifie trivialement la conjecture de Goldbach parce que c'est un double de nombre premier).

Donc $(49 - 2 \times 6) + (49 + 2 \times 6) = 37 + 61$ est une décomposition de Goldbach de 100.