

Un entretien avec Alain Connes

GB KHOSROVSHAHI (GBK) : Notre première question est de savoir quelles seront, selon vous, les principales tendances des mathématiques au 21e siècle.

ALAIN CONNES : Eh bien, heureusement, le développement des mathématiques n'est pas quelque chose que l'on peut prédire, et il serait insensé d'essayer. Une raison pour laquelle nous aimons faire des mathématiques est que nous ne savons pas ce qui nous attend et ce que les recherches futures découvriront. Il est cependant possible de fournir des exemples spécifiques de structures mystérieuses que nous devons mieux comprendre. On m'a récemment demandé de faire un exposé sur les "Défis du XXIe siècle" en mathématiques ; plutôt que d'essayer de donner une longue liste, je me suis concentré sur seulement 2 exemples d'espaces qui sont faciles à introduire mais dont la géométrie est encore assez mystérieuse. Le premier est l'espace-temps, le second est l'espace des nombres premiers. J'ai expliqué dans mes quatre exposés ici quelques très petits fragments de leur géométrie, mais nous aimerions évidemment en savoir beaucoup plus !

M. KHALKHLI (MK) : Certains disent que le 21e siècle sera le siècle de l'informatique et de la bio-mathématique et que ces deux activités domineront le siècle. Êtes-vous d'accord avec ça ?

C : Il est clair que les ordinateurs sont d'une grande utilité pour les mathématiciens et qu'en ce moment, la bio-mathématique attire beaucoup d'argent en raison de ses applications potentielles. Il existe un travail intéressant en biomathématique et les mathématiques sont vraiment nécessaires comme outil pour faire face à cette énorme quantité d'informations, fournie par exemple par le génome. Certaines des applications potentielles les cations sont vraiment intéressantes mais cela ne suffit pas à les faire considérer comme des activités mathématiques, sauf au niveau des sommes d'argent, ce qui ne veut rien dire. En ce qui concerne l'informatique, il est clair que les ordinateurs sont d'excellents outils et qu'ils changent notre perception du classement des différents domaines des mathématiques. Par exemple, c'était une compétence précieuse anciennement que le contrôle complet des équations différentielles,

des fonctions spéciales etc ... mais maintenant, tous les jours, les ordinateurs peuvent faire ces choses beaucoup mieux que les humains. Vous entrez juste l'équation et écrivez Dsolve, c'est tout, vous obtenez la réponse... Cela rétrospectivement donne beaucoup plus de valeur à des domaines des mathématiques qui pouvaient auparavant être considérés comme trop abstraits.

GBK : Pensez-vous que vous utiliserez des ordinateurs dans votre travail mathématique ?

AC : Eh bien, vous savez, j'ai beaucoup utilisé les ordinateurs ces dernières années.

GBK : Vraiment ?

AC : Oui ! J'ai eu au fil des ans deux perceptions différentes des ordinateurs. Ce qui s'est passé d'abord, il y a plusieurs années, lorsque nous calculions la formule d'index pour les feuilletages avec Henri Moscovici, à ce moment-là, nous avions une perception négative des ordinateurs. Nous pensions qu'il valait mieux faire des calculs à la main que de les faire à l'aide d'un ordinateur. Nous avons donc passé séparément 3 semaines 8 heures par jour pour calculer une formule dont nous voulions connaître le résultat. Après cette période, nous avons comparé nos résultats et nous avons trouvé quelques erreurs mineures. Après ces corrections mineures, nos résultats convenaient mais nous étions censés obtenir un cocycle et la formule ne nous a pas donné un cocycle. Ensuite, nous avons vraiment craint qu'il y ait peut-être une erreur dans la théorie mais nous avons trouvé en regardant le résultat que si nous changeons le signe de 8 des 36 termes apparaissant dans la formule finale, ça devenait un cocycle. Nous avons d'abord vérifié à nouveau ces termes et réalisé après un certain temps que la raison pour laquelle leurs signes étaient faux était assez subtil : nous avons fait une erreur conceptuelle en faisant le calcul et avons oublié certains termes cruciaux dans les opérateurs différentiels du sous-principal ! À ce stade, je me suis convaincu que nous ne pourrions jamais trouver cette correction subtile sans la connaissance intime de tous les termes de la formule que seul le lent calcul "à la main" pourrait nous donner... Plusieurs années plus tard, j'ai changé d'avis. A savoir, j'ai rencontré dans mon travail avec Michel Dubois-Violette un résultat qui s'exprimait comme la somme de 1440 intégrales, chaque intégrale portant sur une période d'une courbe elliptique (avec module q) d'une fonction ration-

nelle de haut degré dans les fonctions thêta et leurs dérivés $O(n)$. Même dans la limite trigonométrique, il était difficile de calculer cette somme. Alors, on a utilisé l'ordinateur dans ce cas limite d'abord et il a produit une belle formule en fonction des paramètres de la théorie. Ensuite, cela nous a pris environ 6 mois pour deviner comment étendre cette formule dans le cas elliptique en utilisant l'elliptique de Jacobi, les fonctions $s(n), c(n)$ etc... mais il y avait encore une fonction inconnue du module q devant que nous ne pouvions pas deviner. Nous avons ensuite trouvé quelques simplifications dans la théorie qui divise le temps de calcul par un facteur de cinquante, puis nous avons obtenu les premiers termes de l'expansion des puissances de q et on a reconnu le premier terme dans l'expansion de la neuvième puissance de la fonction Dedekind *eta*. On aurait pu prédire le terme suivant, mais c'était encore au-delà de la puissance de calcul d'un ordinateur privé et nous avons dû utiliser le système informatique des écoles polytechniques. Il a produit exactement le terme prévu. Nous étions alors sûrs que nous avions la bonne formule. Il a ensuite fallu beaucoup de travail pour comprendre ce que cela signifiait, mais nous l'avons finalement fait. Alors je ne peux pas nier que les ordinateurs peuvent être incroyablement utiles car il n'était tout simplement pas possible de faire les choses à la main dans ce cas : chacune des 1440 intégrales, une fois étendues en puissances de q jusqu'à la puissance pertinente, prenait jusqu'à 200 pages de formules trigonométriques. Vous ne pouvez pas faire cela à la main ; c'est tout simplement impossible. Les ordinateurs permettent clairement de voir beaucoup plus loin dans certaines circonstances ! Je les vois comme une grande aide, un peu comme un esclave qui fait sans erreurs et sans jamais se plaindre les tâches les plus fastidieuses !

GBK : Les ordinateurs pourraient ne pas aimer cette étiquette d'"esclaves".

AC : Dans ce cas, les ordinateurs étaient très utiles et j'ai continué à les utiliser plus tard pour vérifier par exemple certains calculs d'algèbre impliquant des algèbres de Hopf, etc... Ils ne remplaceront jamais la pensée humaine au niveau de l'analyse conceptuelle des problèmes, des analogies et des choses comme ça, mais comme outil, c'est fantastique. Donc c'est comme une très bonne paire de lunettes, je l'aime et je n'ai rien contre. J'ai entendu certaines personnes dire que les ordinateurs ne peuvent vérifier que de nombreux cas mais c'est totalement faux parce que l'ordinateur fait des calculs formels comme la simplification des expressions trigonométriques, etc. Ils peuvent même faire des déductions logiques, vous leur donnez un ensemble d'axiomes

et de règles logiques et ils peuvent prouver des résultats simples.

GBK : Vous savez qu'il existe des algorithmes pour vérifier les preuves.

AC : Mais pour le moment, ils sont très maladroits et ils vérifient d'une manière formelle très mécaniste, qui n'est pas ce que nous aimerions avoir. Ca viendra mais il faudra du temps pour les rendre efficaces et conviviaux à cet égard. Mais pour vérifier les calculs, ils sont déjà imbattables !

GBK : Pensez-vous qu'un jour les ordinateurs quantiques seront réalisés ?

AC : Le principal problème avec ces ordinateurs quantiques est qu'ils doivent être mis en œuvre "physiquement". C'est un problème pratique très difficile d'expérimentation la physique. Ce n'est pas un problème théorique et je pense que ce qui est assez difficile en effet est de préparer le système et de lire le résultat, passant ainsi du quantum au classique. Bien sûr, l'applicabilité de l'ensemble de la théorie dépend de cette mise en œuvre pratique. Les expérimentateurs ont tendance à faire des miracles donc nous avons juste à attendre et voir.

GBK : Je voudrais vous poser une question. Que pensez-vous de la théorie des cordes ?

AC : Eh bien, la théorie des cordes a révélé de belles relations entre la physique et différentes parties des mathématiques, principalement la géométrie différentielle, géométrie algébrique et l'analyse complexe. En fait, la théorie des cordes a commencé comme ça. Au tout début, Veneziano et d'autres ont initié la théorie, motivés par le modèle de double résonance pour les interactions fortes et ils ont trouvé des solutions aux équations de dualité pour les amplitudes de diffusion en fonction des paramètres de Mandelstam et ce sont de belles fonctions mathématiques comme les fonctions bêta généralisées très naturelles en termes d'analyse complexe. On a alors réalisé, par Susskind et d'autres, que ces modèles pouvaient être compris géométriquement à partir de la propagation de chaînes.

C'est une idée très puissante pour "tester" un espace complexe donné en utilisant l'espace complexe des courbes à l'intérieur de cet espace cible ou des cartes des surfaces de Riemann. Et les physiciens pourraient utiliser tout

l'arsenal de la théorie du champ conforme qui est tout à fait puissant.

Cela a généré un groupe très intéressant de personnes qui font une sorte de Mathématiques “motivées par la physique” qui ont rajeuni certaines parties de la géométrie complexe. Ils adoptent une attitude plutôt libre envers les mathématiques, C'est original et productif et cela a eu une influence très positive.

Cela a eu un impact très positif sur les mathématiques jusqu'à présent. Il y a une anecdote bien connue de Pauli assistant à une conférence, von-Neumann était au tableau noir prouvant un théorème, et Pauli l'interrompt en disant “Si faire de la physique, c'était prouver des théorèmes, vous seriez un grand physicien”. Bien, mais il ne suffit pas de se méfier des preuves pour vraiment se qualifier en tant que physicien. La vraie question est de savoir si la théorie des cordes a quelque chose à voir avec la réalité et nous savons tous que c'est une question clé.

Cette question clé commence par la supersymétrie ; que la nature soit ou non supersymétrique : la question est par exemple, est-ce qu'il y a un photon et un fermion qui est le super-partenaire du photon, ou bien est-ce que oui ou non pour chaque quark, il y a un s-quark qui est une force qui est le super-partenaire de ce quark, une force qui jusqu'à présent n'a pas été trouvée. Si l'on avait déjà trouvé 3 ou 4 super partenaires au jour d'aujourd'hui, alors je croirais qu'ils trouveraient les autres, mais en réalité, ils n'en ont trouvé aucun et à cause de cela, je suis très sceptique. Dans les temps anciens, il y avait une théorie disant que dans le système solaire, il y a une planète qui est la même que la terre mais que nous ne pouvons pas voir car elle en est l'exacte symétrique par rapport au Soleil. Je ne pense pas que la supersymétrie soit beaucoup plus convaincante que cette théorie. Le modèle standard supersymétrique est une chose horrible... avec plus d'une centaine de paramètres libres et un vilain mécanisme pour briser cette “belle” supersymétrie invisible ! Jusqu'à ce qu'on me montre plus de preuves, j'ai l'attitude d'un sceptique. Nous verrons en 2007, peut-être qu'un résultat expérimental convaincant sera trouvé, mais jusque-là, je ne suis pas convaincu, même par les tout premiers points de la théorie des cordes.

GBK : Mais vous admirez leurs mathématiques.

AC : Je le fais à coup sûr. Si je ne le faisais pas, je couperais la branche sur laquelle je suis assis. Par exemple, ils utilisent une géométrie non-commutative, ils font de belles choses et leur expertise en physique est grande mais je ne suis toujours pas convaincu par rapport au fait que la nature ait choisi cette voie. Je pense qu'il est très important de construire d'autres modèles concurrents qui ne soient pas nécessairement basés sur la supersymétrie. Je pense qu'il est crucial pour le développement de la physique qu'il y ait des gens assez courageux pour ne pas suivre le dogme principal, des hérétiques qui développent un modèle différent.

GBK : Pensez-vous qu'il existe un modèle parfait pour les physiciens à l'horizon ? Ils pensent tous à la théorie des cordes.

AC : La physique des particules contient des trésors qui ont été testés avec une grande précision.

Cela comprend à la fois la technique de renormalisation et la norme modèle. Je respecte ces grandes découvertes et j'ai passé beaucoup de temps à comprendre les deux au niveau conceptuel. Pour la renormalisation, la conclusion de mon travail avec Dirk Kreimer puis avec Matilde Marcolli est que les divergences sont en fait une bénédiction puisqu'elles sont les génératrices de l'action de ce merveilleux groupe cosmique de Galois que Cartier avait deviné. La leçon était très difficile à apprendre, mais ce qui apparaît est que notre idée naïve de quatre dimensions pour le continuum doit être approché à partir de dimensions complexes proches utilisant une méthode universelle spécifique qui renormalise essentiellement la géométrie.

Ce qui est assez intrigant, c'est que cette méthode correspond parfaitement à la correction non-commutative de l'espace-temps qui donne une description du modèle standard simplement comme la partie intérieure de la gravité. Une fois ces leçons bien comprises, la prochaine étape consiste à combiner le cadre spectral de la géométrie fourni par NCG avec la recette de Feynman de sommation sur toutes les géométries. Le point de départ est d'étendre l'invariance du difféomorphisme classique et à souligner que les seuls observables sont "spectraux" c'est-à-dire mesurer les invariants spectraux d'une géométrie. On peut alors écrire une intégrale fonctionnelle sur toutes les géométries, y compris ceux non-commutatifs, et il donne un certain modèle de matrice. Reste le problème de la fixation des contraintes qui distinguent les

“opérateurs de Dirac” parmi les matrices hermitiennes, c’était la principale motivation derrière le travail avec Dubois-Violette dont j’ai parlé plus haut.

Il y a aussi la gravité à boucles pour la gravité quantique mais je ne suis pas un expert. Je ne vois pas comment ils peuvent contourner la renormalisation dans ce qu’ils font, mais pour sûr, il y a quelque chose de gentil à dire pour les réseaux de spin.

Il est important que différentes approches soient développées et que l’on n’essaie pas de fusionner trop vite. Par exemple, en géométrie non-commutative, mon approche n’est pas la seule, il existe d’autres approches et il est très important que pour ces approches, il n’y ait pas de pression sociale pour être les mêmes afin qu’elles puissent se développer indépendamment. Il est trop tôt pour juger de la situation par exemple en gravité quantique. La seule chose qui me déplaît dans la théorie des cordes, c’est qu’ils mettent dans l’esprit des gens que c’est la seule théorie qui peut donner la réponse ou qu’ils sont très proches de la réponse. Je leur en veux. Pour les personnes qui en ont assez fait, c’est bien car ils connaissent tous les problèmes qui bloquent la route comme la constante cosmologique, la rupture de la supersymétrie, etc., etc.,... mais si vous prenez des gens qui sont débutants dans des programmes de physique et vous leur lavez le cerveau dès le début, ce n’est vraiment pas juste. Les jeunes physiciens devraient être complètement libres, mais c’est très difficile avec le système actuel.

GBK : Et jusqu’où peuvent-ils aller dans leurs mathématiques ? Vous avez dit que les théoriciens des cordes sont beaucoup plus mathématiques que les physiciens. Jusqu’où peuvent-ils aller dans leur mathématiques ?

AC : En mathématiques, comme je l’ai dit ci-dessus, elles ont eu un grand impact en géométrie. La théorie des supercordes vous donne un espace à dix dimensions qui a six dimensions de plus que notre espace-temps observé standard. L’idée simple après Kaluza-Klein est que vous avez une fibration avec une très petite taille de Planck. Les espaces à six dimensions que l’on cherche parmi les variétés de Calabi-Yau doivent respecter les contraintes de base des états de vide de la théorie. Donc en bref, ils font une géométrie complexe en trois dimensions en regardant comment les courbes complexes se propagent dans un tel espace.

Ce sont des mathématiciens mais ils ont un type d'attitude différent des mathématiciens. Ils sont très libres et travaillent dans des groupes extrêmement intelligents, ils ne recherchent pas les mêmes choses, et ont des outils que les géomètres complexes n'avaient pas afin de pouvoir produire de grandes choses. En ce qui concerne la physique, la situation est totalement différente depuis que le rêve était qu'il y aurait un vide essentiellement unique, c'est-à-dire un collecteur de Calabi-Yau singularisé par les contraintes de la théorie des cordes et qu'il reproduirait la phénoménologie du modèle standard de la physique des particules. Après vingt années, cet objectif semble beaucoup plus éloigné et apparaît comme un mirage. Je pense que la vraie chose qui me dérange, c'est que ce qui est maintenant propagé dans le public, c'est l'idée que la seule gravité quantique qui existe, c'est la théorie des cordes et que l'univers est fait de cordes et vous lisez ceci dans des livres populaires qui donnent cette idée et les gens le prennent sans aucune réserve. Beaucoup de gens croient que l'univers est fait de cordes. Quelles preuves en avons-nous ? Rien !

GBK : Dans un endroit comme ici (IPM) où nous avons tout commencé à partir de zéro, notre département de physique est totalement dominé par la théorie des cordes et ce n'est pas bien, ce n'est pas sain pour la physique.

AC : Le groupe de théorie des cordes ici est tout simplement merveilleux avec Ardanian comme un excellent guide ! Et ils ont rattrapé très tôt NCG et ont fait de belles contributions. Le problème avec la physique à long terme est que la tendance actuelle est de mettre tous vos œufs dans le même panier, ce qui n'est probablement pas très sûr. En effet, la plupart des physiciens théoriciens font de la théorie des cordes et je ne pense pas que ce soit complètement sain pour la physique dans le sens que vous savez.

GBK : Pensez-vous qu'il y a beaucoup de gens qui font de la théorie des cordes ? J'ai entendu dire que il n'y a que 700 personnes actives dans la théorie des cordes dans le monde.

AC : Il y a eu une conférence sur la théorie des cordes à Paris en 2004 qui a attiré entre 600 et 700 personnes.

GBK : Le nombre n'est donc pas si bas.

AC : Je dirais qu'il y a 2000 personnes travaillant dans la théorie des cordes, dans le domaine de la NCG*, je dirais qu'il y a environ 150 à 200 personnes.

GBK : Un groupe de théorie des cordes ne coûte pas cher, c'est comme les mathématiques.

AC : Ils sont absolument idéaux à cet égard. Ils sont comme des mathématiciens déguisés et ils font des mathématiques d'une manière extrêmement originale, les mathématiciens ne pourraient pas le faire. Et ils connaissent beaucoup de physique.

Ce sont des experts en physique mais ils sont tous dans le même bateau et c'est le problème. La supersymétrie suppose une très forte compatibilité avec les nombres complexes. Bien sûr, cela simplifie les choses car les nombres complexes sont infiniment plus simples que les nombres réels.

C'est André Weil qui a dit "L'analyse complexe est belle, l'analyse réelle est sale". On peut souhaiter que la physique soit comme ça, pourquoi pas.

C'est un beau rêve mais il est trop tôt pour croire que c'est la vérité. Parce qu'il est basé sur trop d'hypothèses qui font la théorie mathématique plus simple mais qui n'accepte pas ce qui nous est fourni par la physique. Mon attitude est donc différente. Je préfère partir de ce que la physique nous donne et essayer de le comprendre, trouver une structure mathématique totalement inattendue, comme ce groupe de Galois cosmique, dans la partie déjà testée de la physique. Au moins, on peut être sûr que cela a quelque chose à voir avec la Nature.

MK : Quel type de NCG proposez-vous aux physiciens ? Parce qu'il y a des parties qui sont totalement négligées par eux, ce qui donnerait de nouvelles suggestions et de nouveaux angles.

AC : Sûr ! Par exemple, lorsque vous regardez des anomalies dans les théories quantiques des champs sur des espaces non commutatifs, vous constatez que la cohomologie pertinente est la cohomologie cyclique et les formules deviennent beaucoup plus compliquées. Donc pour traiter les anomalies, c'est

*. NCG = Géométrie non-commutative.

probablement une bonne idée d'apprendre la partie de la NCG qui traite de cohomologie et de la formule de l'indice local.

Au début, lorsque Witten a écrit son premier article sur l'action pour les cordes ouvertes, il utilisait la cohomologie cyclique pour définir l'action de Chern-Simon. En fait, il construisait un cocycle de cycle trois sur l'algèbre de convolution des chaînes ouvertes.

C'était en 86 et ça n'a pas duré longtemps. Les physiciens ont tendance à changer souvent de poste et à travailler sur la dernière mode. Je ne peux pas me plaindre parce qu'à un moment donné, environ en 98, la mode était la NCG après mon papier avec Douglas et Schwarz. Mais après un moment, quand j'ai vu Michael Douglas et que je lui ai demandé s'il avait réfléchi davantage à ces problèmes, la réponse était non parce que ce n'était plus la dernière mode et il voulait travailler sur quelque chose d'autre. En mathématiques, on travaille parfois plusieurs années sur un problème mais ces jeunes physiciens ont un type d'habitude de travail très différent. L'unité de temps en mathématiques est d'environ 10 ans. Un article en mathématiques qui est paru 10 ans auparavant est encore un article récent. En physique, c'est 3 mois. Donc je trouve ça très difficile de faire face à un zapping constant.

GBK : Il y a un problème ici. Vous avez dit 10 ans. Les physiciens ont une base de données et parfois, quand ils publieront un article demain, il obtiendra dix citations, mais nous soutenons ici qu'en mathématiques, il faut 4 ou 5 ans avant qu'un article ne vienne à l'attention du public.

AC : Bien sûr bien sûr.

GBK : La plupart des physiciens ne comprennent pas ce genre de mesure.

AC : Le nombre de citations lorsque vous regardez par exemple mes propres papiers, celui qui est le plus cité est celui que j'ai écrit avec Douglas et Schwartz.

GBK : Savez-vous combien de citations vous avez eu pour ce document ?

AC : Presque mille je pense, mais ça ne veut pas dire grand-chose car le principal le point de cet article était de relier une équation de compactifica-

tions de chaîne avec la classification des faisceaux holomorphes sur le tore non-commutatif, qui est un truc avec lequel on en avait fini avec Marc Rieffel au début des années 80.

Ce papier plus ancien a très peu de citations et les résultats ont été redécouverts sous des déguisements divers plusieurs fois depuis ! Je pense que le nombre de citations est une mesure très étrange. Si vous regardez les citations en mathématiques, ce n'est pas logique parce qu'il y a des papiers très difficiles que très peu de gens ont lu, et en fait il y a vraiment une corrélation inverse entre la difficulté d'un papier et le nombre de personnes qui l'ont lu, sans parler de le citer.

GBK : J'allais vous poser une question mais Masoud m'a dit de ne pas le faire mais je vais quand même vous le demander de manière déguisée. J'allais vous demander si vous pensez que NCG s'est imposée comme une branche très solide des mathématiques ?

AC : Maintenant, après 25 ans, de nombreuses parties de NCG ont pris contact avec d'autres domaines des mathématiques comme l'algèbre, l'analyse et la géométrie. Et par exemple, la cohomologie cyclique a même pris contact avec la topologie à travers la Conjecture de Novikov. Les liens avec la physique sont là depuis le début et, en substance, toute la théorie traduit l'impact de la révolution quantique. La véritable frontière est la théorie des nombres et elle sera difficile à franchir. Pourtant, il est très frappant qu'un espace non commutatif aussi naturel que l'espace des classes de commensurabilité des réseaux sur \mathbb{Q} donne une réalisation spectrale des zéros de la fonction zêta de Riemann. Donc, mon impression intérieure est que je me sens très satisfait du développement de la théorie. Par exemple, hier, nous avons eu cette session de problèmes où l'on a pu écrire 21 exemples d'espaces NCG et chacun était en fait une famille d'exemples. Il est donc tout à fait clair que la NCG fournit de nouveaux outils et espaces et crée beaucoup de choses à faire, de nouveaux territoires à explorer. Si vous le regardez du point de vue des mathématiques conservatrices où vous avez une liste standard de sujets comme les probabilités, l'algèbre, la géométrie et tout ça, eh bien ce n'est pas encore un de ces sujets. Pour le dernier congrès international, Yuri Manin a essayé de créer une nouvelle section dans l'ICM sur la NCG.

GBK : Pour les revues mathématiques ?

AC : Non, pas pour les revues mathématiques. Dans les revues de mathématiques, c'est déjà une section, il essayait de le faire pour l'ICM, mais il y a beaucoup de résistance et en fait un certain nombre de sujets proches. Au niveau sociologique, la NCG est plutôt bien représentée en Europe et elle commence à exister dans de nombreux autres endroits, y compris en Inde, Australie, etc. Aux États-Unis, il existe des pôles très puissants dans des endroits comme Berkeley, Columbus, Penn-State, Vanderbilt etc. mais nous n'avons toujours pas de représentants dans les meilleures universités.

GBK : Tu veux dire personne à Harvard et Princeton ?

AC : Oui, par exemple.

GBK : Êtes-vous optimiste quant à l'avenir de NCG ?

AC : Je ne veux pas que les choses se produisent artificiellement et je pense que le sujet devrait exister seulement sur sa propre valeur et pour aucune autre raison comme la sociologie, les modes, etc. Il y a beaucoup de vigueur en mathématiques et cette résistance avant qu'un nouveau domaine ne soit accepté joue un rôle positif comme une sorte de filtre. Je préfère de beaucoup que nous ayons cette résistance et que la seule façon de la briser soit de travailler plus car c'est une grande émulation.

GBK : Hier, ils parlaient à la cafeteria (de l'IPM) et je suis venu écouter et ils disaient que le personnage central est Alain et qu'il est le prophète, l'agitateur et tout.

AC : C'est flatteur mais je ne pense pas que ce soit une bonne chose. En fait, nous sommes tous des êtres humains et c'est une mauvaise idée de mettre une confiance aveugle en une seule personne et de croire en cette personne quoi qu'il arrive. Pour vous donner un exemple, je peux vous raconter une histoire qui m'est arrivée. Je suis allé à Chicago en 1996 et j'ai donné une conférence au département de physique. Un physicien bien connu était là et il a quitté la pièce avant la fin de la conférence. Je n'ai pas rencontré ce physicien pendant deux ans puis, deux ans plus tard, j'ai prononcé le même discours au Forum consacré à Dirac du laboratoire de Rutherford près d'Oxford.

Cette fois, le même physicien était présent, l'air très ouvert et convaincu et quand il a prononcé son discours plus tard, il a mentionné mon discours de manière très positive. C'était assez étonnant car c'était le même discours et je n'avais pas oublié sa réaction précédente. Donc, sur le chemin du retour à Oxford, j'étais assis à côté de lui dans le bus, et je lui ai demandé ouvertement comment il se faisait qu'il ait assisté à la même conférence à Chicago et qu'il soit parti avant la fin et que ce jour-là, il avait vraiment aimé. Le mec n'était pas un débutant et il était dans la quarantaine, sa réponse a été "Witten a été vu en train de lire votre livre dans la bibliothèque de Princeton!". Donc je ne veux pas jouer ce rôle d'un prophète empêchant les gens de penser par eux-mêmes et gouvernant le sujet, le classement des gens et tout ça. Je me soucie beaucoup des idées et de la NCG parce que je l'aime comme une branche des mathématiques mais je ne veux pas que mon nom y soit associé en tant que prophète.

GBK : Mais il l'est !

AC : Eh bien, le fait est que ce qui importe, ce sont les idées et elles n'appartiennent à personne. Déclarer que certaines personnes sont au sommet de l'échelle et peuvent juger et classer les autres, ce sont juste des bêtises produites principalement par la sociologie (en fait par les systèmes de lettres de recommandation). Je ne veux pas que cela soit vrai dans le domaine de la NCG. Je veux la liberté, je souhaite la bienvenue aux hérétiques.

MK : Il y a ce phénomène en mathématiques où les mathématiciens de l'ancienne génération, quand ils font face à de nouvelles idées en mathématiques, résistent et il est très difficile pour eux de comprendre, mais pour la prochaine génération, ce n'est pas un problème du tout et ils adoptent et ils nagent juste à travers comme des poissons dans l'eau. Maintenant, la NCG est un domaine qui implique beaucoup de différentes choses et c'est vraiment un domaine hybride. J'ai le sentiment que pour la prochaine génération, ce sera beaucoup plus facile, car ils voient ces choses qui se passe et ils parlent aux gens, etc. Je suis donc un peu optimiste quant à la situation sociale.

AC : Exactement ! Le vrai but est de convaincre la jeune génération il y a beaucoup de choses à faire en NCG, c'est comme un immense chantier et nous avons besoin de beaucoup d'aide. Nous n'avons donc pas besoin de conférences mais d'écoles et c'est exactement la raison d'être ici : créer

une école pour convaincre les jeunes. Nous ne changerons pas les choses en convaincant l'ancienne génération. Nous nous soucions de convaincre la jeune génération.

GBK : Il est difficile de convaincre l'ancienne génération.

AC : On s'en fiche. Bien sûr, il est toujours utile d'avoir des critiques. D'un autre côté, ce n'est pas le point principal.

GBK : Il y a environ deux ou trois ans, le Clay Institute a annoncé 7 problèmes. Avez-vous d'autres problèmes à ajouter à cette liste ?

AC : C'était en 2000. La principale motivation du Clay Institute était d'attirer l'attention du public sur les mathématiques et à cet égard, cela a parfaitement fonctionné. La vague est allée dans des endroits et des journaux extrêmement éloignés de la plupart des pays et tout le monde a parlé de ces problèmes. Mais un inconvénient possible associé au fait de donner l'argent pour les problèmes est de favoriser les attitudes égoïstes, par exemple, si vous êtes proche de la solution et que vous ne voulez partager vos idées avec personne.

MK : Pensez-vous par exemple qu'Hilbert n'était pas prophétique dans son choix de problèmes et le cours des mathématiques au 20e siècle n'a-t-il pas été prévu dans les problèmes de Hilbert ?

AC : Certains d'entre eux ont joué un rôle, mais les mathématiques ne fonctionnent pas comme ça. Personne ne travaille sur les problèmes parce qu'ils sont bien connus, mais on travaille plutôt dessus parce qu'ils sont intéressants et pertinents. Le but des problèmes du Millénaire était d'attirer l'attention du public sur les mathématiques et à cet égard, le projet Millenium Problems a fonctionné à merveille.

GBK : Lequel de ces 7 problèmes est le problème le plus en suspens ?

AC : Il y a toujours un élément d'arbitraire dans le choix de tels problèmes. Il y a des problèmes sur lesquels tout le monde s'accorde, comme l'hypothèse de Riemann. Mais Navier-Stokes ? C'est une équation non linéaire typique à propos de laquelle nous aimerions en savoir beaucoup plus, mais il est très

difficile de dire si le fait de savoir si admet l'existence de solutions lisses ou bien de rupture, ce qui est un problème mathématique très difficile de l'analyse, sera vraiment pertinent pour les cas concrets où l'équation s'applique. Il y a une part d'arbitraire. Donc, personne ne peut être sûr que ce sont les problèmes les plus importants et il est très difficile pour certains d'entre eux de formuler les questions tout en sachant clairement ce que signifierait une percée.

Cela est clair pour le problème de Yang-Mills, par exemple, dont la formulation "mathématique" est assez difficile.

MK : Puis-je vous poser une question sur votre voyage en Iran et votre visite à l'IPM ? Quels étaient vos sentiments avant de venir ici et comment ont-ils évolué, s'ils ont changé, et quelle est votre impression actuelle sur les mathématiques à l'IPM ?

AC : Ce qui me frappe le plus, c'est le nombre d'étudiants talentueux qui font preuve de beaucoup de liberté de pensée. Je ne m'attendais pas à voir ça. Bien sûr, j'ai aussi été vraiment impressionné par le groupe de théorie des cordes. Je dirais qu'ils sont extrêmement créatifs et ouverts d'esprit et la façon dont ils travaillent est très impressionnante. J'admire vraiment ce groupe !

GBK : Bien que leur domaine ne soit pas très prometteur !

AC : Eh bien, en tant que groupe, ils sont un merveilleux groupe de personnes et ils connaissent très bien la physique. Mon opinion personnelle sur l'avenir de la théorie des cordes en physique est non pertinent ici. Je suis un étranger. Je ne suis pas un initié. Ce dont je suis sûr, c'est qu'ils sont une bénédiction pour les mathématiques.

GBK : Et votre impression sur l'IPM et l'atmosphère ici et la manière dont la conférence s'est déroulée ?

AC : Eh bien, mon impression était extrêmement positive. L'espoir est que nous avons convaincu certains des jeunes que la NCG est un sujet approprié dans lequel ils peuvent faire beaucoup de travail original.

GBK : Nous sommes heureux d'avoir de bons amis tels que Masoud et Matilde ici et nous sommes heureux d'investir dans de nombreuses branches des mathématiques mais l'argent ne suffit pas. Nous ne pouvons pas le faire juste par cela mais peut-être que Masoud peut créer quelque chose ici.

AC : Masoud est un élément clé. Il nous a convaincus de venir et son rôle est crucial pour développer la NCG en Iran. Il peut également être le lien entre vous et la physique et c'est extrêmement important. Je suis allé enseigner en Chine en avril. Localement, on peut créer une petite vague, mais à moins qu'il n'y ait un moyen d'établir des contacts plus permanents, il est très difficile d'avoir un impact durable. Il est crucial d'atteindre un nombre critique d'étudiants et de post-doctorants et il me semble que maintenant, il est possible de créer une sorte de groupe régional de NCG. Il y a des gens en Inde, il y a des gens à Beyrouth et ils peuvent commencer à être indépendants avec des goûts différents et des approches différentes, comme les gens dans d'autres endroits.

GBK : Nous pouvons également établir des liens avec notre département de physique.

AC : Bien sûr ! Les théoriciens des cordes en savent beaucoup sur la NCG, mais ils ont une autre approche, ils sont nos meilleurs alliés et nous avons tout à gagner à nous rapprocher d'eux !

GBK : Ils sont également très enthousiastes à l'idée de cette réunion ! Ce n'est pas la première rencontre que nous avons ici depuis 16 ans, mais nous n'avons jamais rien fait de commun avec la physique. Donc celui-ci a été très réussi et vous êtes venu ici et c'était très impressionnant.

AC : C'est une excellente occasion de développer NCG ici. Pour collaborer avec ces théoriciens des cordes brillants ! Ils peuvent peut-être donner des cours de physique aux mathématiciens et tout ça. Vous savez que l'on devrait leur être complètement ouvert.

GBK : C'est donc une bénédiction pour cet institut qu'ils soient ici à côté de nous.

AC : C'est merveilleux !

GBK : Une question culturelle. Quelqu'un m'a dit que vous aviez eu une offre de Harvard dans les années 70 mais que vous l'aviez refusée.

AC : Ce n'était pas dans les années 70, c'était dans les années 80.

GBK : Vous préférez l'approche européenne des mathématiques.

AC : Bien sûr. Vous savez, si j'avais été aux États-Unis, j'aurais été obligé d'entrer dans un système que je n'aime pas du tout. Mais ce n'est pas pour cette raison que j'ai refusé d'y aller. J'avais accepté un poste au Collège de France 6 mois plus tôt et bien sûr, je n'allais pas déménager ailleurs.

GBK : Mais vous préférez le système européen.

AC : Bien sûr.

GBK : Ils disent que le système européen est très bon pour les héros mais que ce n'est pas le cas pour les mathématiciens ordinaires.

AC : En France, nous avons une merveille qui est le CNRS. C'est un endroit où les gens doués peuvent obtenir des postes qu'ils peuvent conserver pour le reste de leur vie. L'avantage principal est qu'une telle structure permet à des gens comme Lafforgue de réfléchir plusieurs années sur un problème sans avoir à produire n papiers par an et à demander une subvention NSF. Les jeunes peuvent s'investir dans des projets à long terme, ce qu'ils ne pourraient jamais faire dans un système avec une unité de temps courte.

GBK : Cela peut fonctionner pour certaines personnes et peut entraîner une barre oblique inverse pour d'autres parce qu'ils allez-y et ne faites rien pendant des années.

AC : Vous ne pouvez pas décider au préalable qui sera un Lafforgue et vous aurez automatiquement la plupart des autres personnes qui produiront très peu. C'est une règle. C'est le prix à payer pour éliminer cette pression d'écrire n papiers par an qui est absurde dans des sujets qui sont vraiment difficiles. Il faut 5-6 ans pour apprendre un tel sujet et vous ne produisez rien dans ce long intervalle. Le système français est extrêmement efficace en ce sens qu'il donne à certaines personnes la possibilité de travailler sans être constamment

mises sous pression par la nécessité de produire un papier. Il est totalement différent des autres systèmes mais il est réussi. La plupart des chercheurs du CNRS en mathématiques sont mathématiciens compétents très motivés et productifs. Le seul problème, c'est qu'il n'y a pas assez de communication avec les universités et j'ai essayé de changer cela pendant de nombreuses années. Il n'y a pas assez de flexibilité pour échanger entre le CNRS et les universités.

GBK : Mais au CNRS, les laboratoires sont situés à l'intérieur des universités ?

AC : Oui, leurs laboratoires sont dans les universités. C'est vraiment difficile pour les professeurs d'université qui sont à côté d'eux mais sont surchargés de tâches d'enseignement. Et il n'y a pas jusqu'ici un moyen facile d'échanger des droits entre les deux groupes : ceux qui sont à l'université et les membres du CNRS. J'ai enseigné à l'université pendant 6 ans.

GBK : Quelle université ?

AC : Paris. Il est très difficile de faire de la recherche alors que l'on a des tâches à un niveau universitaire. Mon impression à ce moment-là était que le temps disponible où je pouvais faire des recherches, ce qui était un intervalle connecté avait soudainement transformé en ensemble de Cantor, j'étais constamment interrompu.

GBK : D'où obteniez-vous vos subventions ? du CNRS ou...

AC : J'ai d'abord été au CNRS pendant plusieurs années puis je suis allé au Canada. Quand j'étais au Canada, on m'a proposé un poste universitaire à Paris et je l'ai accepté, ce qui était une grosse erreur. Puis, immédiatement après avoir commencé à enseigner, j'ai réalisé que j'avais été stupide de partir et j'ai postulé à nouveau au CNRS. Il m'a fallu attendre six ans pour être réadmis. C'était entre 75 et 81.

GBK : Avant la médaille Fields ?

AC : Eh bien, un peu avant la médaille, j'ai finalement obtenu un poste au CNRS.

GBK : Mais vous êtes maintenant au Collège de France. Recevez-vous toujours votre argent de recherche du CNRS ?

AC : Non, non, il n'y a pas d'argent pour la recherche comme les subventions NSF aux États-Unis pour la recherche universitaire. La France ne fonctionne pas avec de l'argent.

GBK : Vous êtes embauché par une certaine institution,

AC : Oui par exemple le CNRS.

GBK : Alors qu'en est-il de l'argent pour faire de la recherche, pour voyager pour faire ces choses ? Toutes ces subventions viennent du CNRS ?

AC : Il y a très peu d'argent disponible pour voyager et beaucoup de bureaucratie pour ce petit montant du CNRS.

GBK : Votre salaire est payé par le CNRS.

AC : Je suis au Collège de France maintenant et j'en reçois mon salaire.

GBK : Et ce n'est pas fixe, vous obtenez des promotions.

AC : Non, c'est fixe.

GBK : Aucune augmentation ? pas d'augmentation ?

AC : Il y a un maximum que l'on atteint rapidement. Si vous voulez, chez les français le système n'est pas basé sur l'argent mais il pourrait changer. Les intellectuels ont pendant longtemps cultivé un profond mépris de l'argent qui était au moins très présent dans ma génération. Quand par exemple j'ai postulé au CNRS, j'ai postulé pour un rang parce que je me souciais beaucoup plus du "temps" que de l'argent.

MK : Ce que vous dites est très pertinent ici, car ici en Iran, ils ont essayé de construire des instituts de recherche et des systèmes de subventions et il est important de prendre note des différents systèmes disponibles dans le monde

et choisir celui qui est le plus approprié.

AC : Je pense que les systèmes les plus performants à ce jour étaient ces grands instituts de l'Union soviétique, comme l'institut Landau, l'institut Steklov, etc. L'argent n'y jouait aucun rôle, le travail consistait simplement à parler de science.

C'est un rêve de rassembler de nombreux jeunes dans un institut et de s'assurer que leur l'activité de base est de parler de science sans se corrompre en pensant à l'achat d'une voiture, obtenir plus d'argent, avoir un plan de carrière, etc. bien sûr dans l'ancienne Union soviétique, il n'y avait pas de voitures à acheter, etc. le problème ne s'est donc pas posé. En fait le CNRS se rapproche assez de ce rêve aussi, pourvu qu'on évite toute interférence de notre société qui de nos jours a malheureusement tendance à devenir de plus en plus orientée vers l'argent.

GBK : Combien y a-t-il de professeurs de mathématiques au Collège de France ?

AC : 4

GBK : Toi et Serre et ...

AC : Non, Serre a pris sa retraite. C'est Zagier, Yoccoz, Lions et moi.

GBK : Avez-vous des tâches d'enseignement ?

AC : Oui, je dois enseigner 18 heures par an sur des trucs originaux produits durant l'année.

GBK : Dans votre propre sujet.

AC : Bien sûr, l'idée est de montrer la recherche en cours. Dans le cas optimal, vous découvrez de nouvelles choses au fur et à mesure que vous progressez dans le cours. J'ai été capable de faire cela seulement 4-5 fois en vingt ans, mais en effet, c'est arrivé. L'idée d'une classe optimale consiste à expliquer quelques idées de base au début de la classe, et à les développer au fur et à mesure des cours.

GBK : 18 heures par an, ces cours sont-ils répartis selon un programme ou sont-ils libres ?

AC : Tous les mathématiciens donnent des conférences deux heures par semaine pendant une période de trois mois.

GBK : Et le reste du temps, tu es libre ?

AC : Vous êtes bien sûr totalement libre.

GBK : C'est un bon boulot !

AC : À bien des égards, c'est une dose homéopathique parfaite d'enseignement. L'enseignement est extrêmement utile pour plusieurs raisons. La première est que vous apprenez à parler, la seconde est que vous êtes obligé de vérifier soigneusement les choses.

Ce n'est pas un exposé, le cours doit être pensé dans tous ses détails. Il existe d'autres raisons, comme obtenir des interactions fructueuses avec le public. Enfin, il n'y a aucun moyen de devenir paresseux car il est très exigeant au fil des ans de produire chaque année suffisamment de matériel pour 18 heures de travail original.

GBK : Ces cours sont-ils bien suivis ?

AC : Oui, environ 70 personnes y assistent.

GBK : Vous critiquez la manière américaine de faire de la recherche et leur approche de la science mais ils ont aussi très bien réussi, non ? Vous devez travailler dur pour obtenir des postes et des subventions de recherche. Leur système est très unifié dans le sens où ils ont très peu d'instituts comme l'Institute for Advanced Studies (IAS) mais sinon leur système s'inspire des universités. Vous devenez donc d'abord professeur assistant et ainsi de suite. Vous êtes toujours inquiet de votre réemploi mais malgré tous ces dangers, le système fonctionne.

AC : Je ne suis pas vraiment d'accord. Le système ne fonctionne pas comme

un système fermé. Les États-Unis réussissent principalement parce qu'ils importent des scientifiques très brillants de l'étranger. Par exemple, ils ont importé tous les mathématiciens russes à un moment donné.

GBK : Mais le système est assez grand pour accueillir toutes ces personnes, c'est aussi un bon point.

AC : Si l'Union soviétique ne s'était pas effondrée, il y aurait encore une grande école de mathématiques là-bas sans pression pour l'argent, sans subventions et ils réussiraient mieux que les États-Unis. Dans un certain sens, une fois qu'ils ont migré aux US, ils ont survécu et se sont très bien débrouillés, mais je pensais qu'ils auraient mieux fleuri s'ils n'avaient pas été transplantés. En faisant ainsi, ils donnent l'impression que le système américain est très efficace, mais il ne l'est pas du tout. Il y a une pression constante pour réduire "l'unité de temps" de la production de la plupart des jeunes. Les débutants n'ont d'autre choix que de trouver un conseiller sociologiquement bien implanté (pour qu'à un stade ultérieur, il ou elle puisse écrire les lettres de recommandation pertinentes pour que l'étudiant puisse obtenir un poste), puis de rédiger une thèse technique montrant qu'ils ont de bons muscles, et tout cela dans une quantité de temps limitée qui les empêche d'apprendre des choses qui nécessitent plusieurs années de dur labeur. Nous avons bien sûr besoin de bons techniciens, mais ce n'est qu'une fraction de ce qui génère des progrès dans la recherche. Ça me rappelle une anecdote sur Andre Weil qui à un moment donné a eu des problèmes avec des opérateurs elliptiques alors il a invité un grand expert dans le domaine et il lui a donné la problème. L'expert s'est assis à la table de la cuisine et a résolu le problème après plusieurs heures. Pour le remercier, Andre Weil a dit "quand j'ai un problème avec électricité, j'appelle un électricien, quand j'ai un problème d'ellipticité, j'appelle un ellipticien.". De mon point de vue, le système actuel aux États-Unis décourage vraiment des penseurs vraiment originaux, ce qui va souvent de pair avec une lente maturation au niveau technique. Aussi la façon dont les jeunes obtiennent leur position sur le marché crée des "féodalités" à savoir quelques domaines bien implantés dans des universités, et qui se reproduisent en ne laissant aucune place à de nouveaux domaines.

GBK : Aux États-Unis, il y a tellement de mathématiciens. Leur système produit environ 1200 nouveaux doctorats par an.

AC : Et ils ne peuvent pas trouver de position à moins qu'ils appartiennent à un domaine avec le timbre d'approbation.

GBK : C'est énorme! Astronomique!

AC : Mais le problème est que le fait qu'ils trouvent ou non un poste dépend de qui rédigera leurs lettres de recommandation. Je ne dis pas quel genre de lettre ils recevront puisque toutes ces lettres se ressemblent dans leur style emphatique. Le résultat est qu'il y a très peu de sujets qui sont mis en valeur et produisent des étudiants et bien sûr cela ne crée pas les bonnes conditions pour que de nouveaux champs émergent. Au moins en France, si vous avez un poste au CNRS, vous êtes autorisé à faire ce que vous voulez et les gens reçoivent le maximum de liberté de pensée sans aucune pression sociale malsaine pour travailler dans ce domaine ou ce domaine si l'on veut assurer son avenir!

GBK : Mais ici, en Iran, notre ancien système était calqué sur le système français. Dans l'Université de Téhéran il y a longtemps, la plupart des professeurs ont été formés en France, certains avant la Seconde Guerre mondiale et certains après, mais le système n'était pas du tout efficace. Personne n'a rien fait.

MK : Mais ils n'ont pas fait de recherche pour d'autres raisons, comme les institutions sociales et politiques.

AC : Vous n'aviez pas le CNRS. Ce qui est vital pour la recherche, c'est le CNRS.

MK : Ces gens étaient la première génération d'Iraniens qui ont été en contact avec les mathématiques modernes et il était très difficile de continuer ça en Iran après eux.

GBK : Si vous adoptiez quelque chose comme le CNRS sans contrôle, sans vérification, alors personne ne ferait de la recherche.

MK : Mais ce n'est pas clair.

GBK : La France a une tradition scientifique depuis 500 ans. Vous allez à

Sorbone et vous voyez tous ces grands noms. Le système CNRS y fonctionne car il ont des os de poids au CNRS.

AC : La simple création d'un analogue du CNRS ne résoudra pas le problème bien sûr, mais il est clair que ce type de système a également réussi en Union soviétique ; le système était similaire au CNRS avec un grand nombre de chercheurs et ils faisaient de bonnes choses.

GBK : Il s'agit probablement de deux types de systèmes différents. La France et la Russie sont différents de l'Iran.

MK : Je ne suis pas pessimiste parce que la recherche d'idées abstraites et de connaissances supérieures a de fortes racines dans la culture perse. Science et savoir juste pour le plaisir de la science et de la connaissance.

AC : Exactement.

MK : Bien sûr, il y aura les mêmes cas de personnes qui abuseront du système et ne produiront rien.

AC : Vous ne pouvez pas éviter cela de toute façon, c'est une loi statistique et si vous essayez de supprimer la queue de la courbe vous ne réussirez pas, vous allez juste la déplacer.

MK : Mais le résultat moyen sera très bon.

GBK : Mais si les nombres sont très grands et si les nombres sont très petits, le système souffre. Par exemple ici, à l'IPM, si nous ne vérifions les résultats de quiconque, si nous donnons cet argent, si nous demandons aux gens de faire des recherches, si nous ne vérifions pas et s'il n'y a pas de coups de pied, nous perdrons l'efficacité.

MK : Mais seules de très bonnes personnes sont engagées au CNRS.

AC : Oui, le fait est qu'il est très difficile d'intégrer le CNRS. C'est extrêmement compétitif. Mais une fois que vous avez réussi, vous pouvez rester pour le reste de votre vie et aucune évaluation réelle n'est effectuée qui présente des aspects négatifs évidents. Un système qui serait légèrement meilleur que le

système actuel serait le suivant : admettre d'abord un grand nombre de jeunes au CNRS pendant 6 ans. Ensuite, après 6 années, ils devraient tous quitter le CNRS et enseigner à l'université dans divers niveaux. Ensuite, et alors seulement, ils pourraient postuler à nouveau au CNRS. Ils réintégreraient le CNRS et n'obtiendraient un poste permanent qu'après cette deuxième étape où évidemment la compétition serait féroce. S'ils ne réussissaient pas lors de la deuxième étape, ils resteraient à l'université où ils enseigneraient. Cela pourrait améliorer le système en mettant davantage l'accent sur la liberté pour les jeunes et la création d'un deuxième filtre pour diminuer le nombre de personnes qui restent au CNRS et ne produisent rien. Ils seraient dans les universités et enseigneraient, ce qui est bien.

GBK : Si vous travaillez bien durant 6 années, vous allez dans des universités et vous pouvez recandidater au CNRS si vous êtes relativement bon.

AC : Après six ans, vous devez impérativement aller à l'université et seulement vous pourrez postuler à nouveau au CNRS.

GBK : Mais si vous réussissez très bien lors des deux étapes, vous pouvez rester au CNRS le reste de votre vie.

AC : Si vous avez très bien réussi, vous pourrez rentrer au CNRS où vous deviendrez alors directeur de la recherche et où vous aurez beaucoup d'étudiants et plus de liberté de penser que les professeurs d'université.

GBK : Il y a donc deux étapes de test.

AC : Ce n'est pas ce qui se fait maintenant. Maintenant, si vous entrez au CNRS, vous pouvez y rester pour le reste de votre vie, ce qui n'est pas si bon car ça empêche l'entrée de personnes plus jeunes. Nous avons besoin de beaucoup plus de portes ouvertes entre le CNRS et l'Université.

MK : Comment choisissez-vous vos problèmes de recherche ? Vous semblez revenir aux problèmes que vous avez étudiés une fois et les regarder avec les nouveaux outils que vous découvrez au fur et à mesure.

AC : Bien sûr, je n'abandonne jamais les problèmes. Sur les problèmes qui me préoccupent, je suis persévérant. Je pense qu'en mathématiques, il

est extrêmement important d'être patient. Le point clef n'est pas plus d'être plus brillant ou plus rapide. Oubliez cette idée! Ce qui est important c'est de ne jamais abandonner un problème.

MK : Avez-vous des héros mathématiques ?

GBK : Il vient du Canada. Il cherche des héros!

AC : L'impression que j'ai après de nombreuses années est que chaque être humain est unique et pourrait bien être un héros d'une certaine sorte selon les circonstances. En mathématiques, le problème n'est pas vraiment d'être un héros mais de pouvoir être patient et d'appliquer suffisamment d'intensité à ses recherches.

MK : Mais aussi en tant qu'enseignant, je pense qu'il est important de donner des modèles aux jeunes gens, quelque chose que les jeunes peuvent aspirer à être, à imiter et à admirer.

AC : Je suis la pire personne pour être un modèle.

MK : Vous êtes un modèle très difficile à essayer d'imiter bien sûr!

GBK : Vous n'avez donc pas de héros mais qui admirez-vous le plus ?

AC : La vie a forcé certains mathématiciens à être des héros et bien sûr Galois est un merveilleux exemple à cet égard. Il a passé la majeure partie de la dernière année de sa courte vie en prison et il a été contraint de passer ses journées parmi une foule bruyante de bandits qui à un moment donné l'ont forcé à boire une bouteille d'alcool fabriqué qui l'a rendu terriblement malade. Il avait cette force de caractère incroyable et était capable de continuer à travailler dans un tel environnement. Il avait à peine vingt ans et on aurait dit qu'il avait déjà cinquante ans... mais il a produit ces merveilleuses idées qui se propagent encore dans l'esprit des mathématiciens... Malgré la dureté de sa vie, il a pu continuer à produire des idées séminales. La plupart des mathématiciens ne sont pas des héros à coup sûr.

GBK : Gardez-vous un bon souvenir de l'Ecole Normale ?

AC : Sûr ! Je peux vous raconter ce qui s'est passé lors de mon entrée à l'Ecole Normale en 66. Je venais de Marseille et j'avais subi deux ans de préparation école qui était "bourrage d'oies". Nous apprenions à calculer des intégrales, à dessiner des graphes de fonctions etc. et j'en avais marre. Quand Je suis arrivé à l'Ecole Normale, essentiellement, j'ai pris un an de congé.

C'était comme un hôtel à Paris et nous nous sommes amusés, sauf que nous discussions tous le temps de mathématiques avec les autres étudiants. Après cette année, j'ai commencé à travailler seul, à faire de la recherche.

GBK : Vous n'aviez pas à suivre de cours ?

AC : Je ne suis allé à aucun cours et je ne savais pas où se trouvait l'université, alors quand je devais passer l'examen, mon ami a dû m'emmener dans la salle d'examen et j'ai alors vu l'université pour la première fois !

GBK : C'était donc un temps de loisir !

AC : Non, ce n'était pas du loisir, c'était de la liberté, c'était une sorte de réaction contre les écoles préparatoires dans lesquelles on nous a enseigné des recettes pour réussir les examens. Je voulais juste penser tranquillement par moi-même et profiter de la vie bien sûr, et c'était donné à l'Ecole Normale.

GBK : C'était avant 1969 ?

AC : Je suis entré à l'automne 66 et puis sont venus les événements de 1968.

GBK : Ce fut une période mouvementée.

AC : Oui, 68 a été une période mouvementée. Nous avons déjà construit la bonne ambiance pour 68.

GBK : Vous étiez donc à Paris au meilleur endroit et au meilleur moment.

AC : Oui, c'était un bon moment. Je pense que c'était idéal que nous soyons un petit groupe de jeunes gens et notre seule motivation était la pensée pure et de ne pas parler de carrière. On s'en foutait et notre occupation principale n'était que de discuter mathématiques et de se confronter aux problèmes. Je

ne veux pas dire des “puzzles” mais “des problèmes qui nécessitaient beaucoup de réflexion, de temps ou de vitesse”, ce n’était pas un facteur, nous avions tout le temps dont nous avions besoin. Si tu pouvais donner ça aux jeunes surdoués, c’était parfait.

GBK : Combien d’années êtes-vous resté là ?

AC : Pendant 4 ans, mais comme je l’ai dit, la première année était une année libre et ensuite j’ai dû passer l’agrégation et j’ai refusé. J’étais l’une des deux personnes qui refusaient de subir cet examen parce que je ne voulais pas retourner à l’école depuis que j’avais à peine réussi à survivre à cela auparavant.

MK : Comment avez-vous rencontré votre premier problème de recherche ? Vous avez mentionné que vous aviez une idée claire de ce que vous vouliez faire.

AC : Je travaillais sur l’emplacement des racines des polynômes. On vous donne donc un polynôme et vous voulez savoir où se trouvent les racines dans le plan complexe.

C’était mon premier problème. J’avais trouvé une notion, une sorte d’ordre faible dans les nombres complexes, ce qui simplifiait toutes les preuves des théorèmes dans les livres que je regardais et on pouvait aller un peu plus loin. J’ai travaillé à cela pendant un certain temps.

MK : Ensuite, vous êtes passé rapidement aux algèbres de von Neumann.

AC : Il m’a fallu beaucoup de temps pour trouver ce que je voulais vraiment faire. Quand je me suis mis à travailler sur les algèbres de von Neumann, j’avais l’impression que cela faisait partie des mathématiques largement acceptées.

C’était comme passer d’un tout petit village à une grande ville et chaque fois, je pensais que j’étais déjà au centre de mathématiques. Mais quand je suis arrivé à l’IHES en 76, j’ai réalisé que ce n’était vraiment pas le cas. Mais je n’ai jamais eu envie d’intégrer le courant principal. Je détestais vraiment l’arrogance de certaines personnes. Mon seul désir était de faire des choses

qui étaient orthogonales à ce que faisaient ces gars-là.

Cela impliquait d'être aussi loin de la géométrie algébrique qu'on pouvait l'être.

GBK : Êtes-vous allé à l'IHES à l'époque de Grothendieck ?

AC : Pas à ce moment-là, principalement parce que, de loin, cela ressemblait à un groupe arrogant. Après toutes ces années, j'ai finalement pris le temps de lire le livre de Grothendieck "Récoltes et semailles" et cela m'a permis de vraiment comprendre son interprétation et sa personnalité beaucoup mieux. J'ai réalisé que derrière cette apparence arrogante se trouvait l'être humain le plus admirable et je regrette de ne pas avoir eu la chance de lui parler. En fait, la correspondance entre Grothendieck et Serre est disponible en version imprimée et c'est un merveilleux témoignage de leur pouvoir et personnalités. Le plus frappant est cette grande honnêteté intellectuelle, un modèle le cas échéant !

GBK : Avez-vous fait partie de Bourbaki ?

AC : Eh bien, je l'ai fait pendant un an mais je me suis vite découragé. Ils avaient déjà fait le point en quelque sorte. J'ai découvert qu'ils avaient environ 500 manuscrits, chacun d'environ 200 pages, qui étaient stockés quelque part dans un placard, certains déjà depuis vingt ans. Donc, en écrire un de plus ressemblait à une perte d'énergie. Tant qu'ils avaient quelqu'un comme Dieudonné qui a écrit pendant sa vie mathématique quelque chose comme 80 000 pages de mathématiques dans un style implacable, la machine fonctionnerait. Mais quand je suis arrivé, il était déjà parti et il n'y avait personne pour le remplacer. Donc ça ressemblait plus à un club et je n'ai pas voulu participer.

GBK : Quand était-ce ?

AC : C'était en 78 ou quelque chose comme ça.

GBK : Alors vous avez annoncé que vous partiez ?

AC : Tu n'es pas obligé. Tu ne vas simplement pas aux réunions, tu arrêtes

simplement d'y aller. Une autre raison de partir était qu'ils avaient un style de vie désagréable. Les gens parlaient sans dire au revoir, être grossier était la caractéristique principale des fondateurs, caractéristique qu'ils semblaient chérir. Je l'ai trouvée très irritante. Clairement les fondateurs ont fait de grandes choses...

GBK : Pendant quelques temps.

AC : Pendant quelques temps. Leur livre d'intégration est terrible mais ils ont produit ces beaux livres en algèbre, et toute la série sur les groupes de Lie qui est merveilleuse.