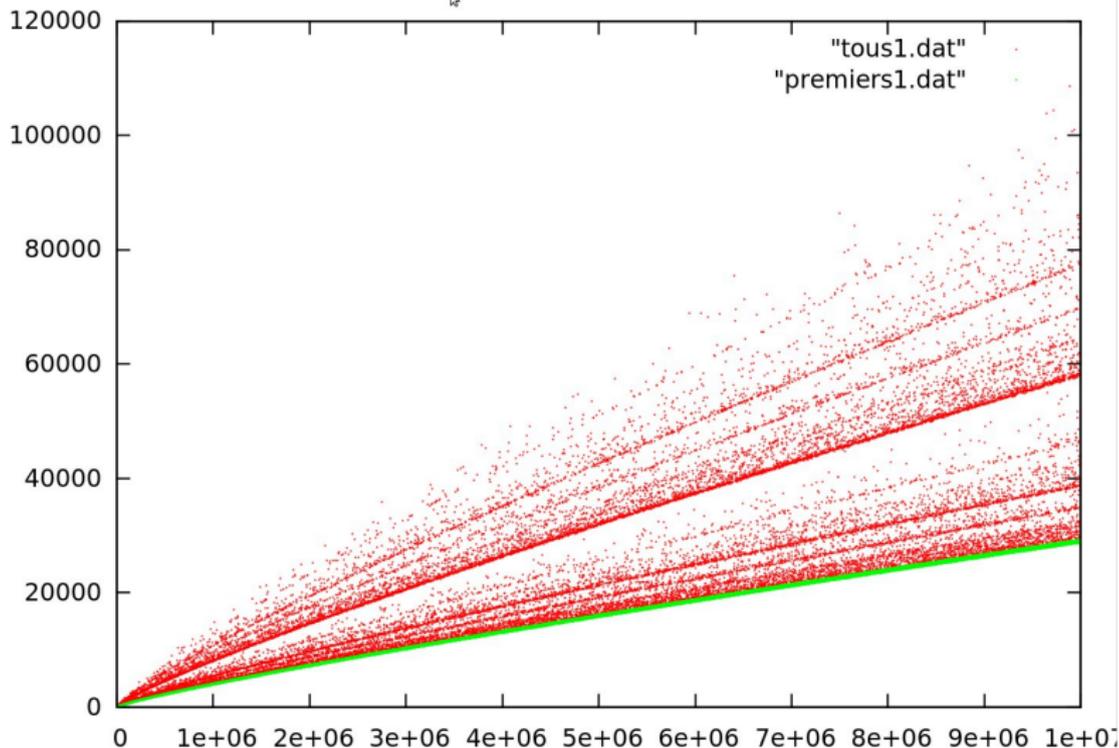


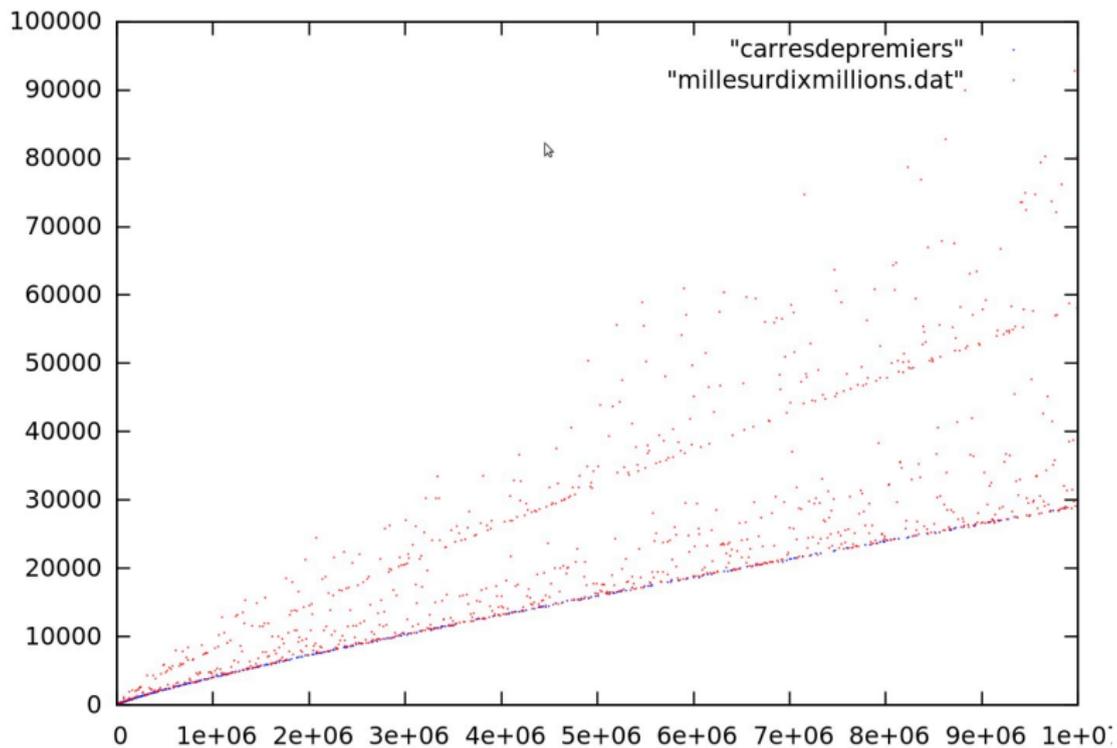
Nombreuses pistes n'ayant pas abouti...

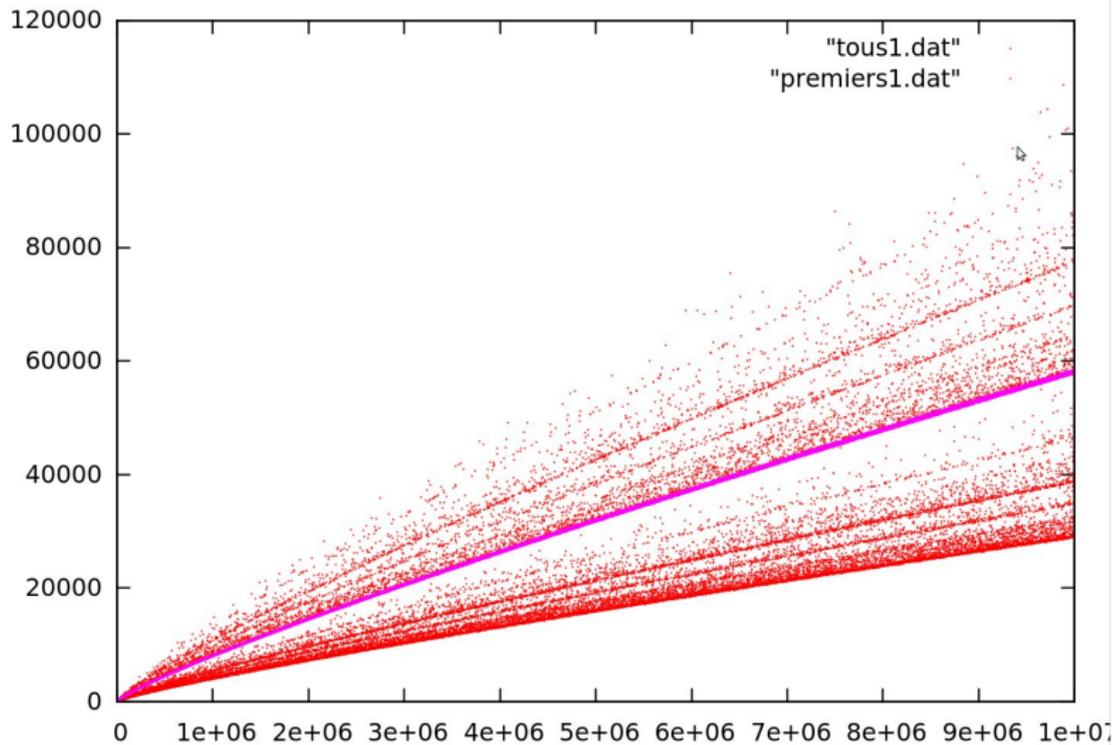
Denise Vella-Chemla

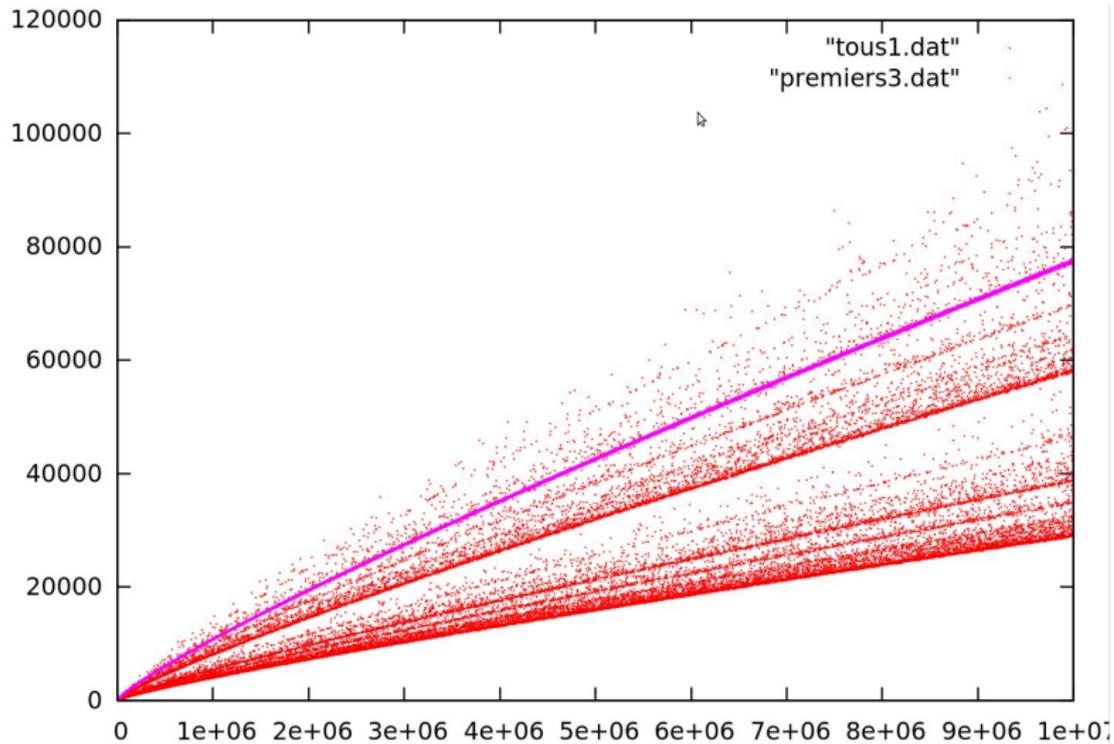
24/4/2012

- Comète de Goldbach (outils dédiés de Daniel Diaz)





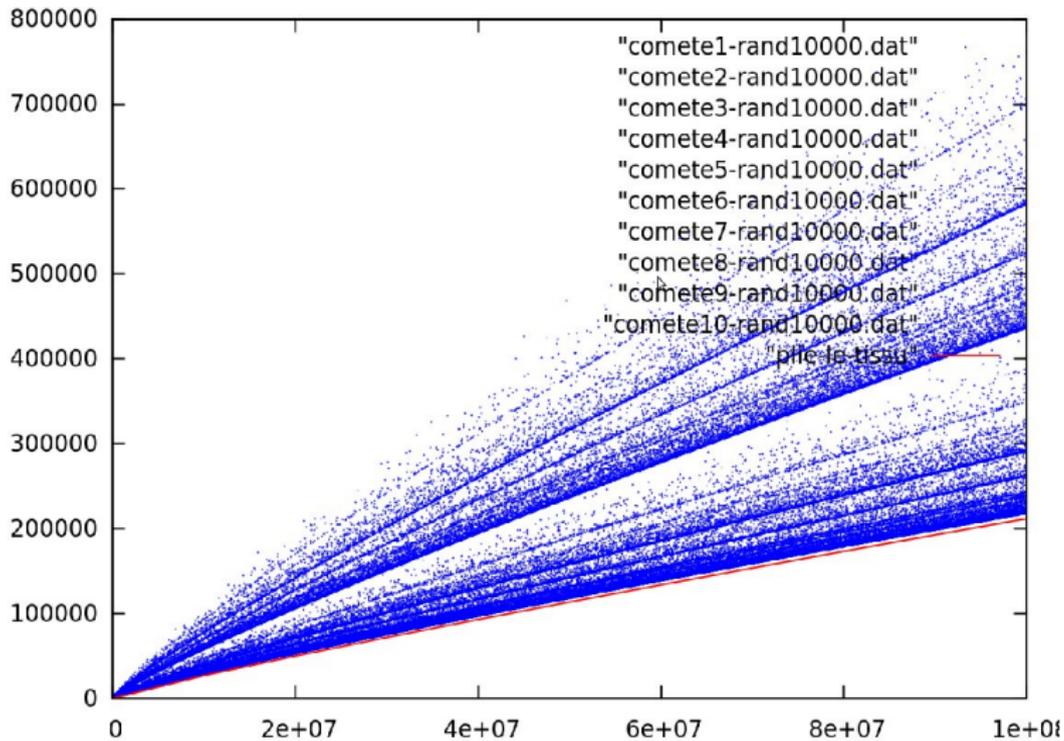




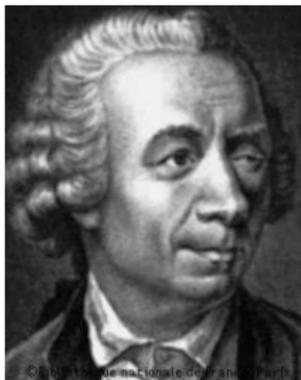
- On veut “minorer la comète”



$$\left\lfloor \frac{x-1}{2} \right\rfloor \prod_{p \leq \sqrt{n}, p \text{ premier impair}} \left(1 - \frac{2}{p}\right)$$



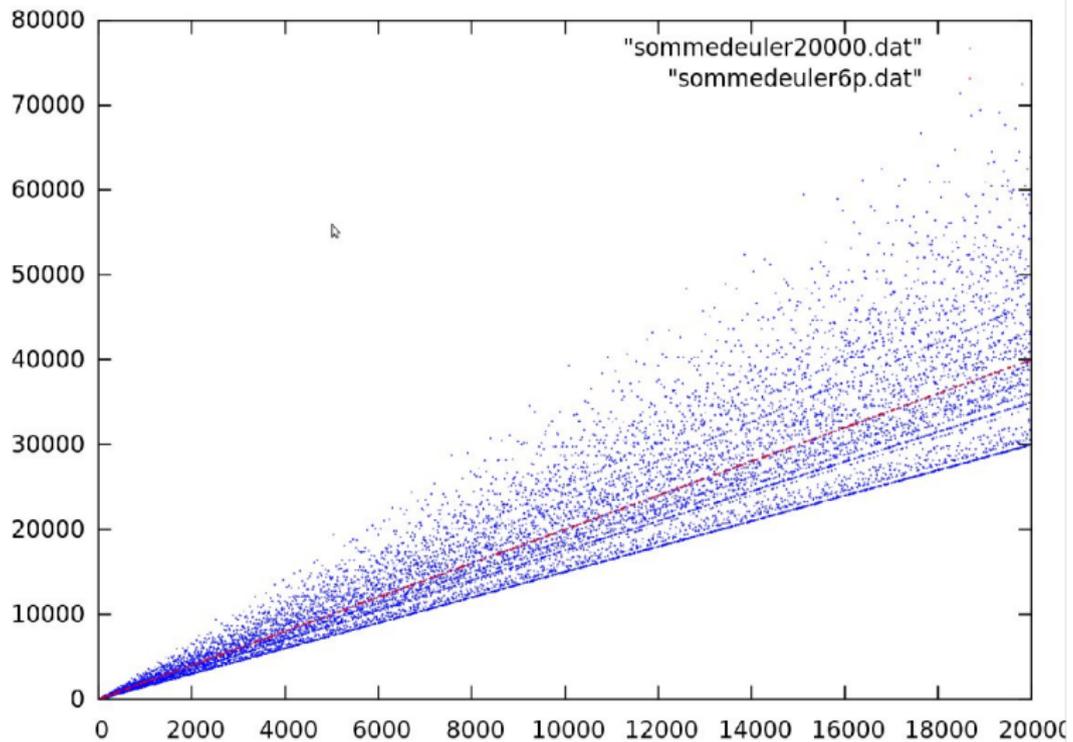
- **Euler** : *Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs*



$f^1 - 1$	$f^{21} - 32$	$f^{41} - 42$	$f^{61} - 62$	$f^{81} - 121$
$f^2 - 3$	$f^{22} - 36$	$f^{42} - 96$	$f^{62} - 96$	$f^{82} - 126$
$f^3 - 4$	$f^{23} - 24$	$f^{43} - 44$	$f^{63} - 104$	$f^{83} - 84$
$f^4 - 7$	$f^{24} - 60$	$f^{44} - 84$	$f^{64} - 127$	$f^{84} - 224$
$f^5 - 6$	$f^{25} - 31$	$f^{45} - 78$	$f^{65} - 84$	$f^{85} - 108$
$f^6 - 12$	$f^{26} - 42$	$f^{46} - 72$	$f^{66} - 144$	$f^{86} - 132$
$f^7 - 8$	$f^{27} - 40$	$f^{47} - 48$	$f^{67} - 68$	$f^{87} - 120$
$f^8 - 15$	$f^{28} - 56$	$f^{48} - 124$	$f^{68} - 126$	$f^{88} - 180$
$f^9 - 13$	$f^{29} - 30$	$f^{49} - 57$	$f^{69} - 96$	$f^{89} - 90$
$f^{10} - 18$	$f^{30} - 72$	$f^{50} - 93$	$f^{70} - 144$	$f^{90} - 234$
$f^{11} - 12$	$f^{31} - 32$	$f^{51} - 72$	$f^{71} - 72$	$f^{91} - 112$
$f^{12} - 28$	$f^{32} - 63$	$f^{52} - 98$	$f^{72} - 195$	$f^{92} - 168$
$f^{13} - 14$	$f^{33} - 48$	$f^{53} - 54$	$f^{73} - 74$	$f^{93} - 128$
$f^{14} - 24$	$f^{34} - 54$	$f^{54} - 120$	$f^{74} - 114$	$f^{94} - 144$
$f^{15} - 24$	$f^{35} - 48$	$f^{55} - 72$	$f^{75} - 124$	$f^{95} - 120$
$f^{16} - 31$	$f^{36} - 91$	$f^{56} - 120$	$f^{76} - 140$	$f^{96} - 252$
$f^{17} - 18$	$f^{37} - 38$	$f^{57} - 80$	$f^{77} - 96$	$f^{97} - 98$
$f^{18} - 39$	$f^{38} - 60$	$f^{58} - 90$	$f^{78} - 168$	$f^{98} - 171$
$f^{19} - 20$	$f^{39} - 56$	$f^{59} - 60$	$f^{79} - 80$	$f^{99} - 156$
$f^{20} - 42$	$f^{40} - 90$	$f^{60} - 168$	$f^{80} - 186$	$f^{100} - 217$

Je ne doute pas que, pour peu qu'on regarde la progression de ces nombres, on ne désespère presque d'y découvrir le moindre ordre, vu que l'irrégularité de la suite des nombres premiers s'y trouve entremêlée tellement, qu'il semblera d'abord impossible d'indiquer quelque loi que ces nombres observent

$$\bullet \sigma(n) = \frac{12}{n^2(n-1)} \sum_{k=1}^{n-1} (5k(n-k) - n^2) \cdot \sigma(k) \cdot \sigma(n-k)$$



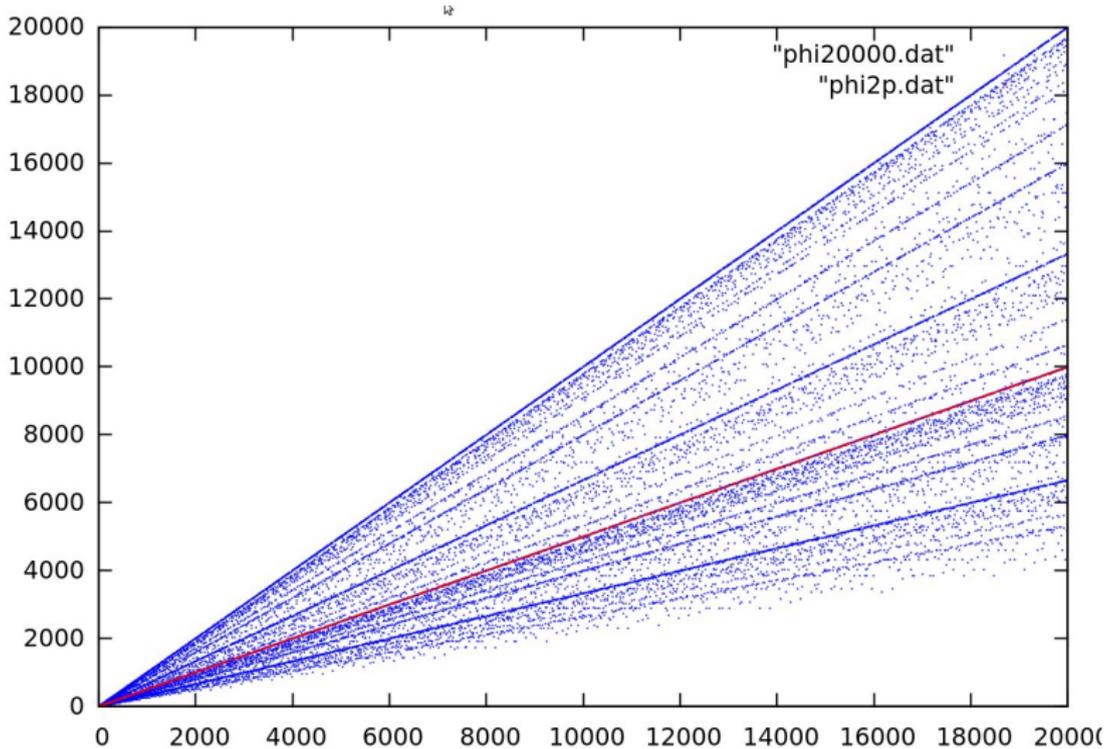
```

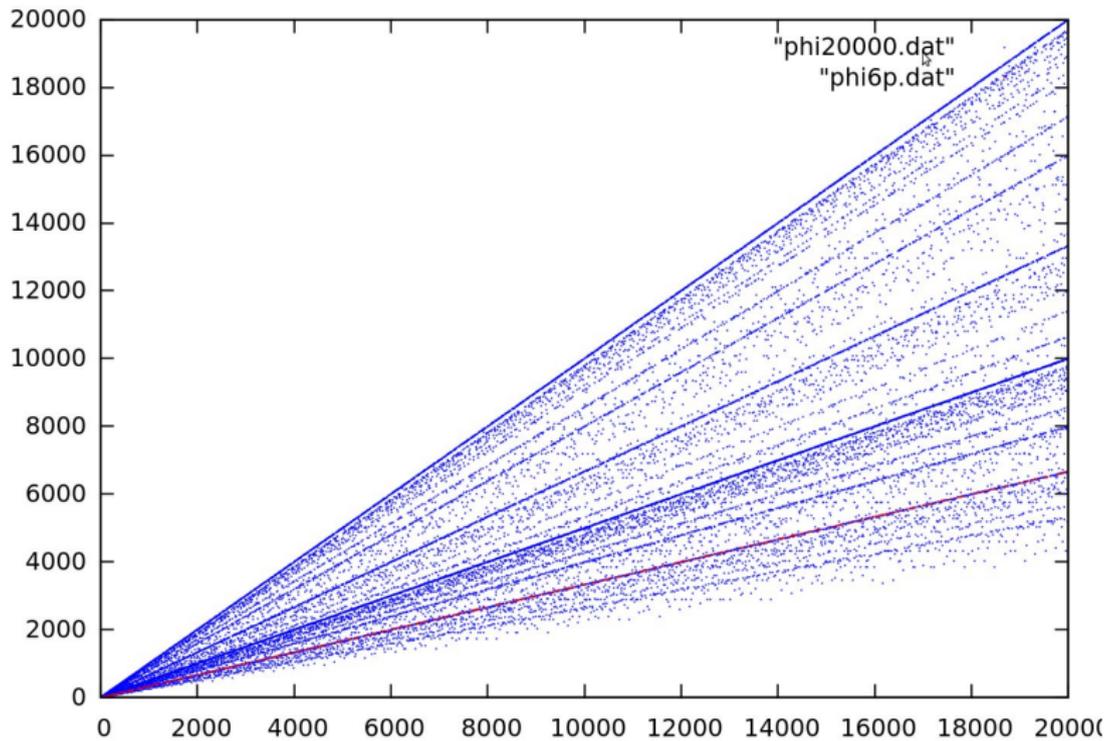
#include <iostream>
#include <cmath>

int main (int argc, char* argv[])
{
    int sigma[105] ;
    int deuxa, k, somme ;

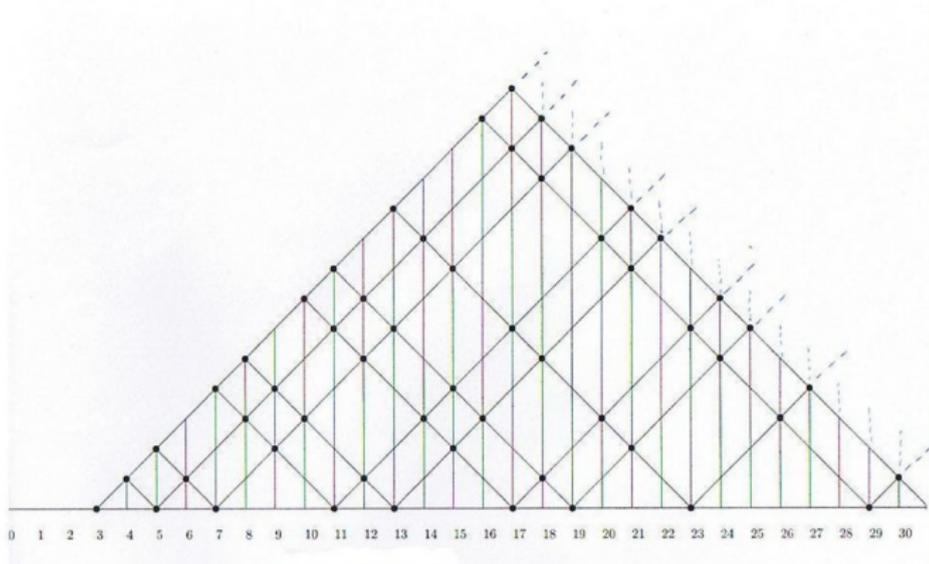
    sigma[1] = 1 ;
    for (deuxa = 2 ; deuxa <= 100 ; deuxa++)
    {
        somme = 0 ;
        for (k = 1 ; k <= deuxa-1 ; k++)
            somme = somme + (sigma[k]*sigma[deuxa-k]*(5*k*(deuxa-k)-(deuxa*deuxa))) ;
        somme = (somme * 12) / (deuxa*deuxa*(deuxa-1)) ;
        sigma[deuxa] = somme ;
    }
    for (deuxa = 2 ; deuxa <= 100 ; deuxa++)
    {
        std::cout << deuxa << " a pour sigma " << sigma[deuxa] << "\n" ;
        if (sigma[deuxa] == deuxa+1)
            std::cout << deuxa << "est un nombre premier.\n" ;
    }
}

```





- Maillage



- 22/29 : densité du photon par nanomètre-cube !

- Lumière : de nature ondulatoire
- Produit non nul de sinusoides

Histoire des Mathématiques - Partie 3/3

supersonictim

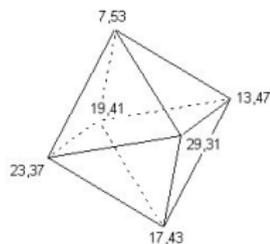
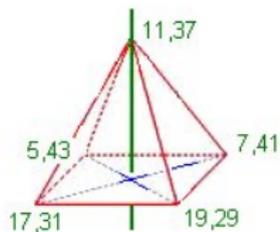
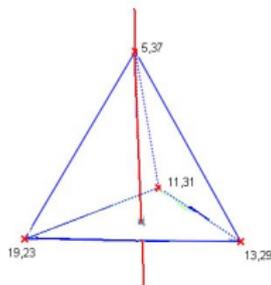
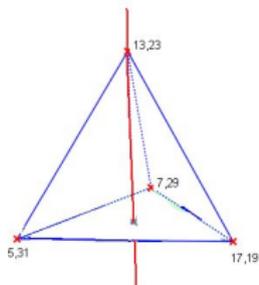


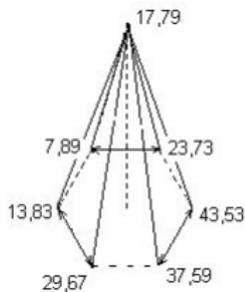
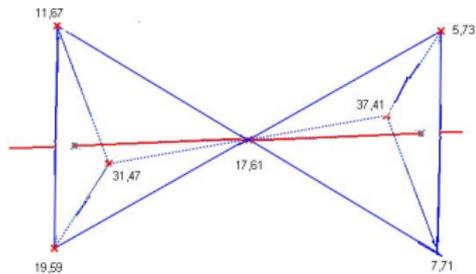
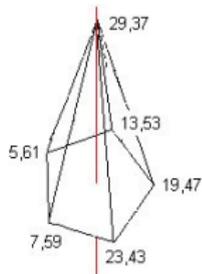
Subscribe

3 videos

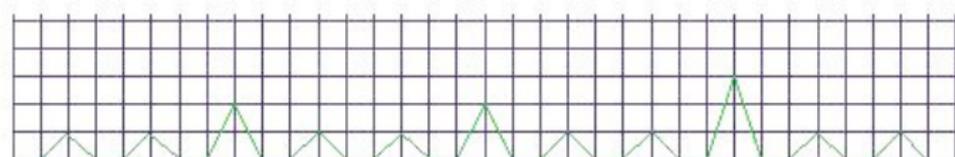
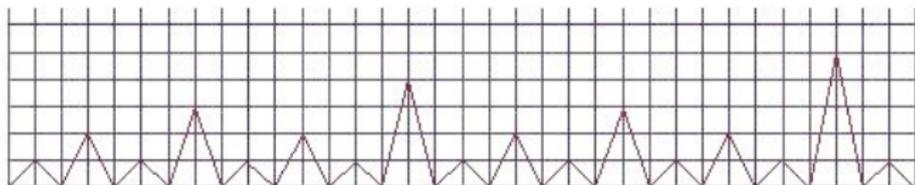


- **Théorie des groupes** : les décomposants de Goldbach sont des unités.



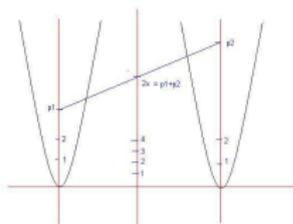
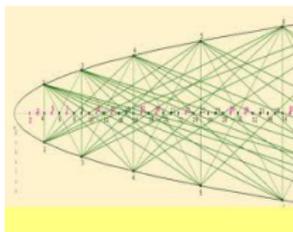


● Fractales

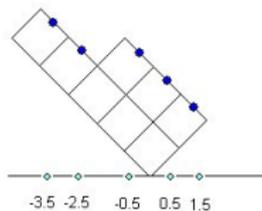


- La séquence des valuations 2-adiques peut s'obtenir récursivement de la façon suivante :
 - la séquence initiale est "01".
 - pour passer de la séquence d'un niveau n à la séquence du niveau $n+1$,
 - concaténer deux séquences de niveau n
 - et changer le dernier chiffre en son successeur.
- On obtient 01 puis 0102 puis 01020103 puis 0102010301020104, etc...

● Matiassevitch



● Okounkov



- **Ramsey** : *Théorie des graphes colorés*

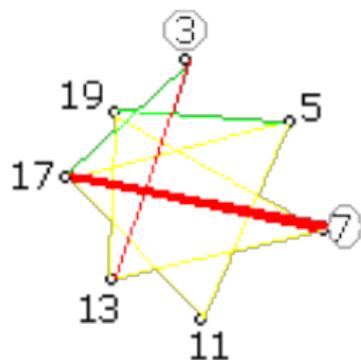


Fig. 5 : $x=21$

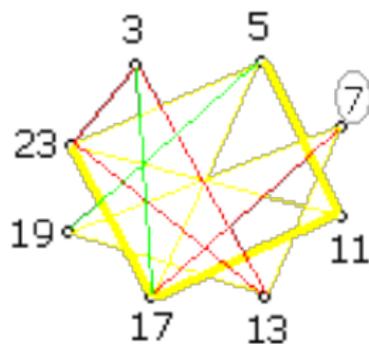
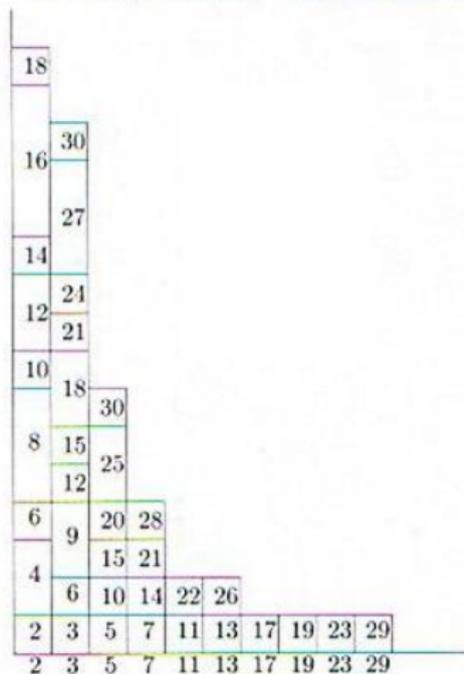


Fig. 5 bis : $x=28$



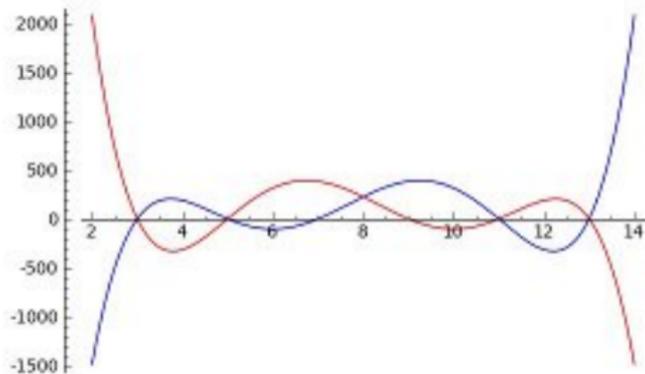
- Théorème des Nombres Premiers (Hadamard et La Vallée-Poussin)

L'empilement des valuations p-adiques



- Bicentenaire de la naissance de Galois : équations algébriques (conférence de Pierre Cartier à l'Institut Océanographique, 26 octobre 2011)
- Nullité du résultant d'une matrice de Sylvester

```
f=plot(x^5-39*x^4+574*x^3-3954*x^2+12673*x-15015, (x,2,14), rgbcolor=(0,0,1))
g=plot(-x^5+41*x^4-638*x^3+4654*x^2-15681*x+19305, (x,2,14), rgbcolor=(1,0,0))
show(f+g)
```



$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & & & & & & & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & & -3a_1n - a_2 & & & & & a_1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & & 3a_1n^2 + 2a_2n + a_3 & & & & -3a_1n - a_2 & & a_1 \\ a_4 & a_3 & a_2 & & -a_1n^3 - a_2n^2 - a_3n - a_4 & & & & 3a_1n^2 + 2a_2n + a_3 & & -3a_1n - a_2 \\ 0 & a_4 & a_3 & & 0 & & & & -a_1n^3 - a_2n^2 - a_3n - a_4 & & 3a_1n^2 + 2a_2n + a_3 \\ 0 & 0 & a_4 & & 0 & & & & 0 & & -a_1n^3 - a_2n^2 - a_3n - a_4 \end{pmatrix}$$

Le résultant des deux polynômes en fonction de n vaut :

$$-n^9 + 90n^8 - 3576n^7 + 82320n^6 - 1209744n^5 + 11767200n^4 - 75743744n^3 + 311032320n^2 - 739123200n + 774144000$$

et se factorise en :

$$-(n - 6)(n - 8)^2(n - 10)^3(n - 12)^2(n - 14)$$

Passons au nombre pair 12. Les nombres premiers impairs sont 3, 5, 7 et 11 fournissent les valeurs suivantes des coefficients des deux polynômes :

$$\begin{array}{rcl}
 a_1 = & & 1 \\
 a_2 = & & -26 \\
 a_3 = & & 236 \\
 a_4 = & & -886 \\
 a_5 = & & 1155 \\
 b_5 = & a_1 n^4 & + a_2 n^3 & + a_3 n^2 & + a_4 n & + a_5 \\
 b_4 = & & -4a_1 n^3 & -3a_2 n^2 & -2a_3 n & -a_4 \\
 b_3 = & & & 6a_1 n^2 & +3a_2 n & +a_3 \\
 b_2 = & & & & -4a_1 n & -a_2 \\
 b_1 = & & & & & a_1
 \end{array}$$

Le résultant des deux polynômes vaut :

$$\begin{aligned}
 & n^{16} - 208 * n^{15} + 20140 * n^{14} - 1204960 * n^{13} + 49855072 * n^{12} - 1512487936 * n^{11} + 34800798080 * n^{10} \\
 & - 619431879680 * n^9 + 8618909904128 * n^8 - 94050771759104 * n^7 + 802095988997120 * n^6 \\
 & - 5289268303093760 * n^5 + 26434722173927424 * n^4 - 96780810002890752 * n^3 \\
 & + 244741340434268160 * n^2 - 381863291623833600 * n + 276876106924032000
 \end{aligned}$$

Il se factorise en $(n - 6)(n - 8)^2(n - 10)^3(n - 12)^2(n - 14)^3(n - 16)^2(n - 18)^2(n - 22)$ et s'annule bien en 12.

- Biographie de Galois d'Astruc (cinéaste)
- p.157 : *communiquer ses découvertes, être reconnu par ses pairs, telles sont les idées fixes de tout savant, et Galois ne fait pas exception à cette règle*".

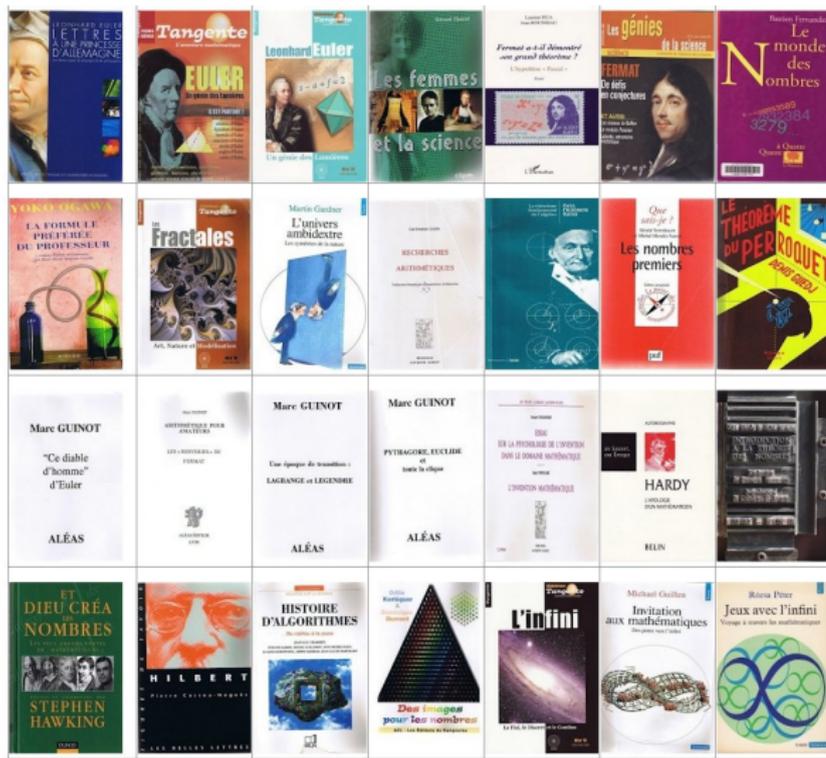
- préface de Galois à ses "deux mémoires d'Analyse pure" → préfigure le partage actuel de la connaissance via la toile.
- *On doit prévoir que, traitant des sujets aussi nouveaux, hasardé dans une voie aussi insolite, bien souvent des difficultés se sont présentées que je n'ai su vaincre. Aussi, dans ces deux mémoires et surtout dans le second qui est plus récent, trouvera-t-on souvent la formule : "Je ne sais pas." . La classe des lecteurs dont j'ai parlé au commencement ne manquera pas d'y trouver à rire. C'est que malheureusement on ne se doute pas que le livre le plus précieux du plus savant serait celui où il dirait tout ce qu'il ne sait pas, c'est qu'on ne se doute pas qu'un auteur ne nuit jamais tant à ses lecteurs que quand il dissimule une difficulté. Quand la concurrence, c'est à dire l'égoïsme, ne règnera plus dans les sciences, quand on s'associera pour étudier, au lieu d'envoyer aux Académies des paquets cachetés, on s'empressera de publier les moindres observations pour peu qu'elles soient nouvelles, et on ajoutera : "Je ne sais pas le reste".*

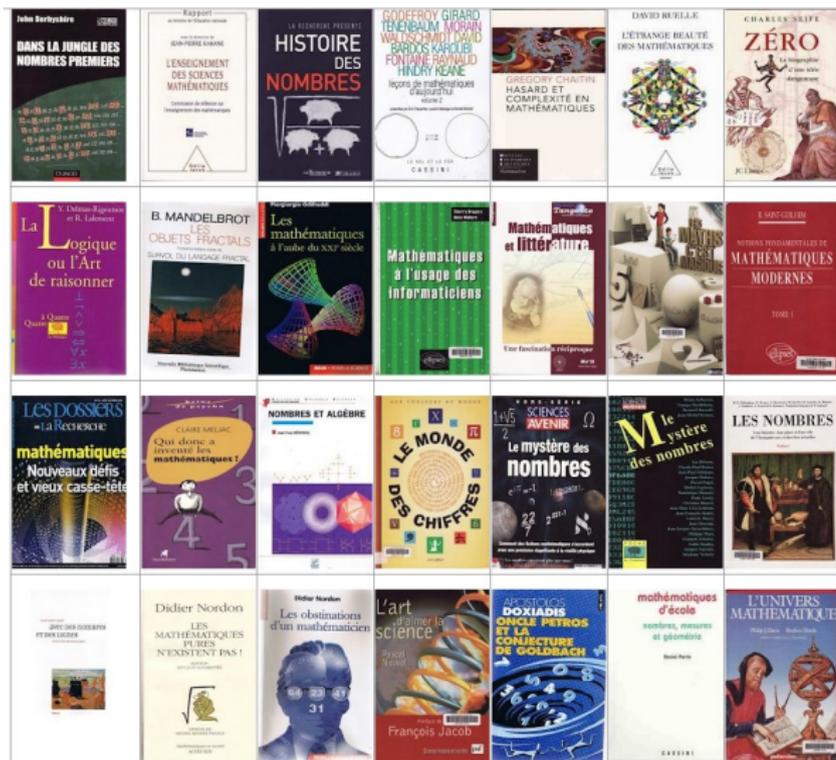
- Jean-Benoît Bost, Université de Paris-Sud, 14.3.12, BnF
- Gauss → Loi de Réciprocité Quadratique
- Cyril Banderier, LIPM
- $\rho_2(2) = 2$
- $\rho_2(p) = \frac{p+1}{2}$
- $\rho_2(2^n) = \frac{3}{2} + \frac{2^n}{6} + \frac{(-1)^{n+1}}{6}$
- $\rho_2(p^n) = \frac{3}{4} + \frac{(p-1)(-1)^{n+1}}{4(p+1)} + \frac{p^{n+1}}{2(p+1)}$
- $\rho_2(mn) = \rho_2(m)\rho_2(n)$.

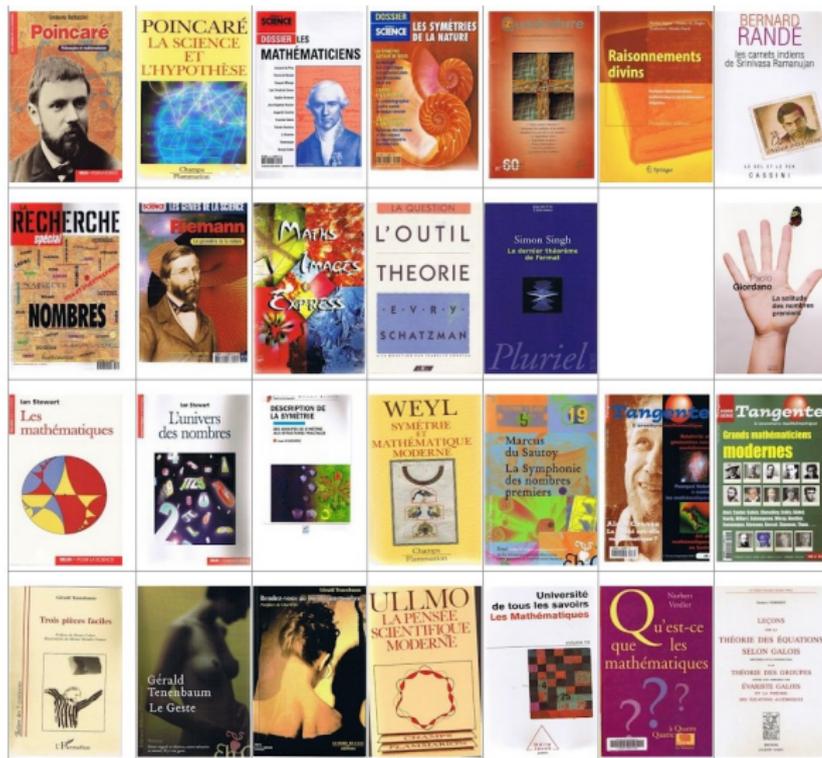








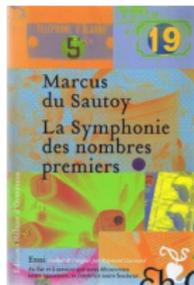




- 20.03.2003



- Août 2003 :



- Septembre 2005 :

- **Julia Robinson**

“Je souhaitais toujours à chacun de mes anniversaires et d’année en année que le dixième problème de Hilbert soit résolu.

Pas par moi, mais simplement qu’il soit résolu.

J’avais le sentiment que je ne pourrais accepter de mourir sans connaître la réponse”.

Le théorème de Matiassevitch, démontré par ce dernier en 1970, établit que les ensembles diophantiens, qui sont les ensembles de solutions entières positives ou nulles d’une équation diophantienne avec paramètres, sont exactement tous les ensembles récursivement énumérables, ce qui entraîne qu’un tel algorithme ne peut exister : le dixième problème de Hilbert n’a pas de solution.

- La conjecture de Goldbach fait partie du 8ème problème de Hilbert, qui contient également l’Hypothèse de Riemann, le Graal des mathématiciens...
- Théorie lexicale des nombres : “les nombres sont des mots”.

- $44=13+31$ $|1\varepsilon+\varepsilon 1|=44$

