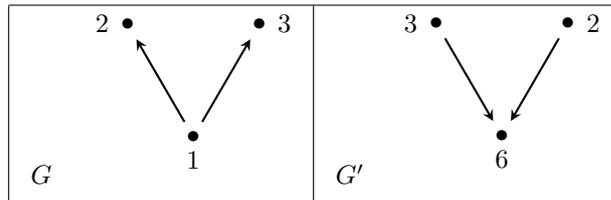


Quand on fait calculer au logiciel WolframAlpha Mathematica* les solutions complexes de l'équation $1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} = 0$, le logiciel réécrit l'équation en $6^{-s}(2^s + 3^s + 6^s) = 0$. Cela nous a intriguée et amenée à étudier les graphes de divisibilité des entiers successifs dont on ajoute, dans les équations ci-dessus, soit des puissances complexes, soit des inverses de puissances complexes.

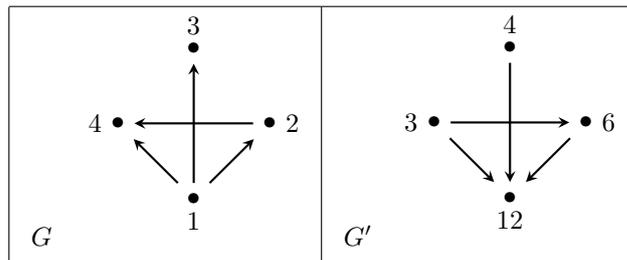
Fournissons les premiers graphes et pour chacun d'eux un graphe qu'on va appeler son *graphe inversé*. Si on note $ppcm(\{1, \dots, i\})$ le plus petit commun multiple des entiers de 1 à i , à chacun des sommets du graphe G associé à un entier k compris entre 1 et i correspond le sommet du graphe inversé G' correspondant à l'entier $\frac{ppcm(\{1, \dots, i\})}{k}$. A toute arête orientée du graphe G entre les sommets A et B exprimant que $A|B$ correspond l'arête orientée dans le sens opposé du graphe inversé exprimant le fait que $B'|A'$.

Le plus petit commun multiple des 3 premiers entiers est 6.

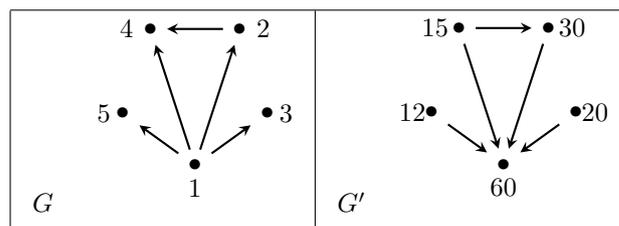
On a les graphes orientés ci-dessous pour les relations de divisibilité :



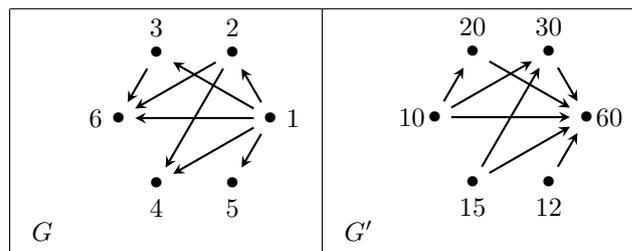
Le plus petit commun multiple des 4 premiers entiers est 12.



Le plus petit commun multiple des 5 premiers entiers est 60.

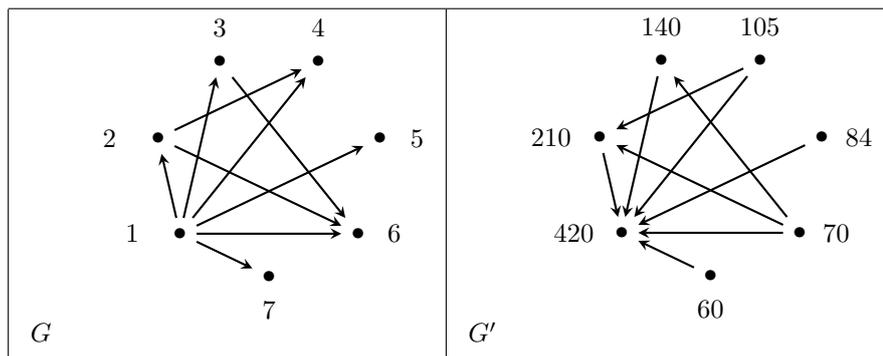


Le plus petit commun multiple des 6 premiers entiers est 60.



*. version en ligne à l'adresse <https://www.wolframalpha.com/>

Le plus petit commun multiple des 7 premiers entiers est 420.



Ci-dessous les nombres d'arêtes des graphes pour les nombres de 1 à 100. Si $A(k) - A(k - 1) = 1$ alors k est premier (on a retrouvé ces nombres dans la suite de l'On-Line Encyclopedia of Integer Sequences A002541).

A(1)=0	A(21)=49	A(41)=119	A(61)=202	A(81)=292
A(2)=1	A(22)=52	A(42)=126	A(62)=205	A(82)=295
A(3)=2	A(23)=53	A(43)=127	A(63)=210	A(83)=296
A(4)=4	A(24)=60	A(44)=132	A(64)=216	A(84)=307
A(5)=5	A(25)=62	A(45)=137	A(65)=219	A(85)=310
A(6)=8	A(26)=65	A(46)=140	A(66)=226	A(86)=313
A(7)=9	A(27)=68	A(47)=141	A(67)=227	A(87)=316
A(8)=12	A(28)=73	A(48)=150	A(68)=232	A(88)=323
A(9)=14	A(29)=74	A(49)=152	A(69)=235	A(89)=324
A(10)=17	A(30)=81	A(50)=157	A(70)=242	A(90)=335
A(11)=18	A(31)=82	A(51)=160	A(71)=243	A(91)=338
A(12)=23	A(32)=87	A(52)=165	A(72)=254	A(92)=343
A(13)=24	A(33)=90	A(53)=166	A(73)=255	A(93)=346
A(14)=27	A(34)=93	A(54)=173	A(74)=258	A(94)=349
A(15)=30	A(35)=96	A(55)=176	A(75)=263	A(95)=352
A(16)=34	A(36)=104	A(56)=183	A(76)=268	A(96)=363
A(17)=35	A(37)=105	A(57)=186	A(77)=271	A(97)=364
A(18)=40	A(38)=108	A(58)=189	A(78)=278	A(98)=369
A(19)=41	A(39)=111	A(59)=190	A(79)=279	A(99)=374
A(20)=46	A(40)=118	A(60)=201	A(80)=288	A(100)=382