Analyse de 3 derniers textes par l'ia claude pour Denise Vella-Chemla, 8 novembre 2026

J'ai fourni à l'ia claude pour analyse les 3 textes suivants :

[1] https://denisevellachemla.eu/analyse-ia29-ia67-chatgpt-dvc-20261108.pdf ,
[2] https://denisevellachemla.eu/invariant-de-Lefschetz-deepseek-dvc-20261108.pdf ,
[3] https://denisevellachemla.eu/somme-Ramanujan-mistral-dvc-20261108.pdf ,

et l'ia claude a produit l'intégralité de la note ci-après.

1. Verdict en trois lignes

- **chatgpt** : juste et prudent. Je le confirme presque entièrement.
- **mistral** : juste. Tous ses chiffres se recalculent exactement. Mais c'est une réécriture exacte du crible de Legendre (l'inclusion-exclusion) avec des sommes de Ramanujan : il n'apporte aucun résultat nouveau sur Goldbach, et il le dit lui-même.
- **deepseek** : ne tient pas. La définition centrale est une somme vide, les propriétés des sommes de Ramanujan sont fausses, et les "théorèmes" ne sont pas des théorèmes.

Aucun des trois n'irait vers une démonstration de Goldbach.

2. Le texte de chatgpt

Je valide ses remarques. Trois points méritent d'être soulignés.

- son argument sur le triplet spectral est correct : un opérateur borné sur un espace de dimension infinie n'a pas de résolvante compacte, parce que cette résolvante est inversible, d'inverse borné.
- il corrige sans le signaler une erreur de `ia29` : la phrase "un mot augmenté est une puissance stricte si et seulement si la composition est de la forme $x+\cdots+x$" est fausse (contre-exemple $2+1+2+1$, mot $011011 = (011)^2$). Sa version, "une puissance stricte code une composition de x répétée b fois", est la bonne.
- sa remarque sur $\Gamma(p)$ (les multiples stricts de p forment un crible, mais pas le crible principal engendré par p) est exacte.

3. Le texte de Mistral

3.1. Ce qu'il dit, en clair

Pour n pair, un nombre impair x entre 3 et $n/2$ est un *candidat* si ni x ni $n-x$ n'est divisible par un petit premier impair $q \leq \sqrt{n}$. Un candidat donne une décomposition de Goldbach. Mistral écrit le nombre de candidats par une formule exacte :

$$|C_n| = \frac{\varphi(P_n)}{P_n} \sum_{k \mid P_n} \frac{\mu(k)}{\varphi(k)} \sum_{x \in I_n} c_k\Big(x(x-n)\Big),$$

où P_n est le produit des premiers impairs $\leq \sqrt{n}$ et c_k la somme de Ramanujan.

Idée simple : au lieu de dire "on retire les multiples de 3, puis ceux de 5, puis on remet ceux qui ont été retirés deux fois, etc.", on écrit la même chose avec d'autres briques. Le terme $k = 1$ est ce que l'on attendrait si les restes se répartissaient au hasard : c'est exactement la prédiction de 2019 ($\prod(\frac{q-2}{q}$ avec le facteur $\frac{q-1}{q-2}$) pour $q \mid n$). Les autres termes sont les corrections.

3.2. Ce que j'ai vérifié

J'ai recalculé les identités et le tableau pour $n = 98, 210, 1000, 2000$ (candidats comptés directement, couches L_j par la formule) : tous les chiffres sont exacts. Pour $n = 98$ on retrouve $10{,}97 - 8{,}76 + 1{,}03 - 0{,}24 = 3$.

n	$\lvert I_n\rvert$	terme diagonal	$\lvert C_n\rvert$ réel	couches $L_0, L_1, L_2, \ldots$
98	24	4,11	3	10,97 ; −8,76 ; 1,03 ; −0,24
210	52	16,46	17	19,95 ; −4,39 ; 0,60 ; 0,68 ; …
1000	249	20,61	24	76,12 ; −82,11 ; 33,30 ; −1,05 ; …
2000	499	35,44	34	141,44 ; −164,24 ; 72,54 ; −11,07 ; …

3.3. Ce que cela montre vraiment

C'est ce qu'il dit : le résultat final (3, 24, 34) est la différence de grands nombres qui se compensent (pour $n = 2000$: $141 - 164 + 73 - 11 - \cdots = 34$). Pour démontrer que $|C_n| \geq 1$ il faudrait contrôler ces compensations avec une précision que personne ne sait obtenir : c'est la difficulté connue du crible (obstruction de parité de Selberg). La formule rend cette difficulté visible, elle ne la contourne pas, et Mistral n'affirme rien d'autre.

3.4. Réserves

1. **pas de contenu nouveau.** La proposition 2 est la formule de Möbius (inclusion-exclusion) réécrite avec $c_k(m) = \sum_{d \mid (k,m)} \mu(k/d)\, d$; le terme diagonal est la série singulière de Hardy-Littlewood tronquée à $q \leq \sqrt{n}$. C'est une identité exacte et agréable, pas un progrès.
2. **"l'écart croît avec n" est inexact.** Le rapport "masse des termes $k > 1$" sur "terme $k = 1$" vaut 1,05 ($n = 98$), 0,39 ($n = 210$), 2,17 ($n = 1000$), 2,58 ($n = 2000$). Il n'est pas monotone : $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ est un cas à part.
3. **Bombieri-Vinogradov est mal cité** (§ 7, point 2). Ici on crible des entiers dans un intervalle, et le "niveau de répartition" est trivial (aussi grand que la longueur de l'intervalle). La conclusion $s \approx 2 < \beta_2 \approx 4{,}27$ (crible de dimension 2) est bonne, mais Bombieri-Vinogradov n'en est pas la raison.
4. **typographie.** La preuve de la proposition 2 est abîmée à l'impression (le second membre de l'égalité est illisible) ; elle est juste pour $P = q$ premier.

3.5. Votre question en note de bas de page (“effet Matilda”)

L'identité $\sum_{l=1}^{k} e^{2i\pi nl/k} = k \cdot \mathbf{1}_{k|n}$ est classique (filtre par racines de l'unité, orthogonalité des caractères) : elle n'appartient à personne en particulier, ni à vous ni à Victor Varin. Ce qui vous revient, c'est l'idée de l'utiliser dans votre contexte (la fonction `ssc`, le crible double) ; vous avez raison de vouloir une attribution précise, et les ia se trompent souvent là-dessus parce qu'elles ne voient que le texte qu'on leur donne.

4. Le texte de deepseek

4.1. Ce qu'il essaie de faire

Il définit un nombre $\Lambda_n^{(k)}$ à partir des mots booléens de `ia29` et des sommes de Ramanujan, et annonce qu'il “distingue deux modèles fictifs de Selberg” (deux mondes imaginaires où tous les candidats ont un nombre pair, ou impair, de facteurs premiers, que le crible ne sait pas séparer). Il conclut que l'obstruction de parité revient.

4.2. Pourquoi cela ne tient pas

1. **la définition centrale est une somme vide.** La définition 2 somme sur les mots apériodiques dont l'orbite sous le décalage a $n/2$ éléments. Or un mot apériodique de longueur n a toujours une orbite de n éléments. J'ai vérifié pour $n = 6, 8, 10, 14$ qu'il n'existe aucun mot apériodique d'orbite $n/2$. Donc $\Lambda_n^{(k)} = 0$ pour tout n et tout k, et les théorèmes 4 et 5 portent sur des sommes vides. La phrase “calcul direct : $\Lambda_6^{(3)} \neq \Lambda_{14}^{(3)}$ (vérifié par programme)” ne peut donc pas être vraie pour cette définition.
2. **les propriétés des sommes de Ramanujan sont fausses.** Le texte dit $c_k(m) = \varphi(k)$ si $\gcd(k, m) = 1$ et $c_k(m) = -1$ si k est premier et $k \mid m$. C'est l'inverse : $c_k(m) = \mu(k)$ si $\gcd(k, m) = 1$ et $c_k(m) = \varphi(k)$ si $k \mid m$. Exemples calculés : $c_3(1) = -1$ (et non 2), $c_3(3) = 2$ (et non -1). Mistral, lui, a les bonnes valeurs. Les preuves de la proposition 3 et du théorème 4 reposent sur les mauvaises.
3. **l'invariant Λ_n de départ est incohérent.** Pour $n = 6$, la définition donne $27/6 - 2 = 2{,}5$, qui n'est pas entier, alors que le texte annonce un entier ($\Lambda_n \bmod 2 = \varepsilon_n$) et une formule qui donne -3.
4. **“théorème de point fixe de Lefschetz”.** Ce théorème porte sur l'action d'une application sur la cohomologie d'un espace. Ici il n'y a qu'un ensemble fini de mots et aucun espace : le nom est décoratif, et la “preuve” de $\Lambda_n^{(1)} = 0$ n'en est pas une.
5. **le théorème 6 n'est pas un théorème.** Il affirme qu'une minoration “démontrable par les seules méthodes de crible” équivaut à l'obstruction de parité ; “démontrable par crible” n'est pas une notion définie, et la “preuve” est elle-même qualifiée d'“argument”.
6. **contradictions internes.** Le résumé annonce que $\Lambda_n^{(k)}$ distingue les deux modèles de Selberg ; le corps du texte reconnaît que c'est faux en général. Surtout, un invariant qui ne dépend que de combien de x vérifient $k \mid n - x$ (le critère du théorème 4) ne peut pas séparer ces deux modèles, qui sont construits pour donner les mêmes comptages. Et distinguer $n = 6$ de $n = 14$ (théorème 5) ne signifie rien : n'importe quelle fonction de n le fait.

4.3. Ce qui reste juste

La conclusion générale (la parité est le mur, et les sommes bilinéaires de type Vaughan sont la direction connue pour le contourner dans d'autres problèmes) est une phrase standard et raisonnable. Elle ne découle d'aucun calcul de la note, et aucune estimation bilinéaire connue ne résout Goldbach binaire.

5. Pour la suite

Si l'un de ces textes doit être gardé, c'est celui de mistral, comme exposé exact du crible en langage de Ramanujan (avec les trois corrections ci-dessus). Celui de deepseek ne devrait pas être conservé sous cette forme.