

Grothendieck, la moisson
Olivia Caramello, Alain Connes, Laurent Lafforgue
interviewés par Nicolas Martin

Nicolas Martin : Dire de *Récoltes et semailles* qu'il s'agit de l'ouvrage d'une vie, c'est à la fois tout dire et ne rien dire du tout. Longtemps, cet ouvrage sous forme de tapuscrit de plus de 1000 pages a été entouré d'une forme de légende, passant de main en main de façon plus ou moins clandestine, l'histoire racontant d'ailleurs que c'est mon estimé confrère et prédécesseur Stéphane Deligeorges qui s'en vit confier la première copie définitive par Grothendieck lui-même pour tâcher de lui trouver un éditeur. Las, cette somme qui emprunte autant aux mathématiques qu'à la littérature, à la philosophie, à la mystique, à la politique ou à l'écologie, cette somme fut cantonnée longtemps à n'être accessible que via un fichier numérique en ligne, jusqu'à ce mois de janvier : l'éditeur Gallimard, avec l'aide d'ailleurs de l'IHES, a donc publié *Récoltes et semailles*, dans un coffret de deux volumes de la collection Tel, et pour entrer dans la pensée si iconoclaste d'Alexander Grothendieck, je vous propose simplement de l'écouter, dans la façon qu'il a d'aborder l'enseignement mathématique, nous sommes au Cern, en 1972.

Alexander Grothendieck (*archive enregistrée*) : Je vais être confronté dès cet automne à cette situation pour la première fois de ma vie d'ailleurs, d'être dans un amphithéâtre avec des étudiants auxquels je dois pour de bon enseigner les mathématiques qui vont les préparer à certains examens, leur procurant certains diplômes, dont je suis pour ma part convaincu que ce sont des connaissances qui ne servent à rien : d'une part qui ne servent à rien pour la société dans son ensemble mais d'autre part, dont il n'est même pas clair qu'ils servent à quelque chose pour ceux qui vont avoir ce diplôme, parce qu'il n'est absolument pas clair que cela leur permettra d'avoir un métier par la suite. Alors ce que font la plupart encore des scientifiques, c'est que ou bien ils se refusent à voir le problème ou bien, s'ils le voient, posent un voile public par-dessus ce problème dans leurs relations avec les étudiants. Les relations entre les étudiants et eux sont donc des relations traditionnelles de professeur à étudiant ; c'est-à-dire qu'ils font un cours technique, celui qu'on leur demande, un point c'est tout. Lorsque, exceptionnellement, les étudiants posent des questions techniques, on répond à ces questions techniques du mieux qu'on peut. En ce qui me concerne, j'ai décidé de ne pas m'en tenir à ce type de relations et ne plus séparer l'enseignement mathématique d'une discussion à visage découvert avec les étudiants ou tous ceux qui voudront venir assister à la discussion pour essayer de faire le point : "Pourquoi est-ce que nous sommes là ?" ; "Qu'est-ce que nous allons apprendre ensemble ?" ; "Que signifie l'examen qui est au bout du programme de cette année ?" ; "Quel est son sens ?" ; "Quel est notre rôle mutuel, moi professeur et vous étudiants ?". Et décider ensemble sur ce qu'on fera.

Nicolas Martin : Voilà, Alexandre Grothendieck en 1972, donc 2 ans après son départ de l'IHES. Laurent Lafforgue, une réaction à ce que vous venez d'entendre.

Laurent Lafforgue : Oui, ce passage est extrêmement intéressant et il nous permet tout de suite de réaliser deux traits essentiels de la pensée de Grothendieck. D'une part, le fait qu'il ne

Emission La méthode scientifique écoutable ici : <https://www.franceculture.fr/emissions/la-methode-scientifique/grothendieck-la-moisson>

Transcription Denise Vella-Chemla, février 2022.

sépare pas les choses, c'est-à-dire qu'il n'est pas d'une part mathématicien, et d'autre part une personne, un écrivain, il est tout cela à la fois. On peut même introduire l'œuvre mathématique de Grothendieck en disant qu'en fait, il n'est pas vraiment un mathématicien, il est un écrivain qui fait des mathématiques. Une deuxième caractéristique qui apparaît dans cet extrait, c'est qu'on l'entend poser une question de fond : "Pourquoi enseigner les mathématiques ? Pourquoi faire des mathématiques ?". Et en fait, ceci est également caractéristique de tout ce qu'il a fait dans sa vie, c'est-à-dire aller à la racine des choses, et poser les questions les plus fondamentales, remettre en cause toutes les évidences, voilà. Donc c'est ce qu'il a fait dans toute son œuvre et qui apparaît ici tout de suite.

Nicolas Martin : Il a vécu un certain goût pour la lettre, Alain Connes, puisqu'on l'entend dire avec une certaine provocation "puisque de toute façon, ce que je vous enseigne ne servira absolument à rien" et on voit qu'il lie tout de suite, ce qu'il fera d'ailleurs dans son œuvre, l'enseignement mathématique, comme vient de le dire Laurent Lafforgue, à tout le reste, c'est-à-dire à la discussion dans un champ beaucoup plus large d'échanges avec les étudiants et avec son public.

Alain Connes : Oui en fait, ça, il faut, je veux dire, si on présente ça d'emblée, bon, comme Laurent l'a expliqué, on peut comprendre effectivement certaines facettes de son caractère mais ça correspond quand même à une période très très spécifique dans sa vie et on ne peut pas, je veux dire, il ne faut pas confondre l'impression première que l'on aurait de cette période avec l'évolution d'Alexandre Grothendieck. Donc j'essaierai, au contraire, si vous voulez, de me placer dans l'histoire de sa propre évolution, comme complémentaire à ce qu'a dit Laurent. Et dans l'histoire de sa propre évolution, je veux le faire, parce que je voudrais contraster deux périodes, si vous voulez. Grothendieck a eu une enfance extrêmement solitaire. Il a été pas abandonné mais je veux dire, il est resté loin de ses deux parents à partir de l'âge de 6 ans, et il en a beaucoup souffert. Mais dans *Récoltes et semailles*, il explique bien que la solitude est sa compagne préférée et c'est sa compagne qui lui permet d'être créateur, plus que toute autre chose. Première chose.

Ensuite, si vous voulez quand Grothendieck, à travers des vicissitudes assez dures dans sa vie, a fait ses études à la faculté de Montpellier. Quand il a eu 20 ans, il est monté à Paris. Et là, il a été admirablement bien reçu par les mathématiciens qui étaient Henri Cartan, Dieudonné, Schwartz, Serre, enfin donc, si vous voulez, il y a eu une période bénie.

Nicolas Martin : Les fondateurs de l'IHES par ailleurs...

Alain Connes : Non, non, pas encore. C'est la période dans laquelle il a commencé par un sujet qui est, comme il le dit, assez rébarbatif, qui est l'analyse fonctionnelle, dans laquelle il a trouvé, si vous voulez, pour détendre un peu l'atmosphère, il a trouvé une notion qui est ce qu'on appelle les espaces *nucléaires*. Alors il faut savoir que cela n'a rien à voir avec la physique nucléaire, bien qu'on puisse désintégrer les mesures atomiques sur un espace nucléaire. Donc en fait, si vous voulez, Grothendieck a fait une trouvaille formidable, il a ébloui Dieudonné et Schwartz à ce moment-là et ensuite, il a bifurqué vers ce qu'on appelle la géométrie algébrique. Et là à nouveau, il a été admirablement bien reçu si vous voulez par Jean-Pierre Serre. Il y a une correspondance entre Grothendieck et Jean-Pierre Serre, qui est un très gros volume, et dans lequel on voit comment, si vous voulez, ces deux caractères vraiment complémentaires, ont fait un échange qui a été incroy-

ablement productif. Et après, si vous voulez, grâce à Serre, grâce aussi au dévouement incroyable de Jean Dieudonné, Grothendieck a pu donner toute sa mesure, en géométrie algébrique. Comme il le dit dans *Récoltes et semailles*, il n'a jamais peiné, c'est-à-dire que pour lui, cela ne représentait pas un effort, il se baissait et il récoltait tout ce qu'il pouvait, et ça a été une période, bon, il a eu un passage difficile quand sa mère est morte, il a eu un genre de dépression pendant 6 mois, puis après, il a eu une période de créativité absolument rayonnante, dans laquelle il a inventé la notion de topos dont nous parlerons après mais en 70, il a eu un changement extrêmement brutal, qu'il est très difficile d'analyser correctement, il y a toutes sortes d'analyses possibles, et il y a un dessin qu'il a fait, qui est absolument frappant, dans lequel il y a écrit en allemand des sorcières, et en-dessous de ce dessin, il y a un texte en allemand, dans lequel il explique qu'il est en train de faire cuire un de ses principaux théorèmes, qui est ce qu'on appelle le théorème de Riemann-Roch-Grothendieck, il y a un feu qui est attisé par des diabolins, et ce qu'écrit Grothendieck en allemand en dessous, c'est que pour expliquer ce théorème, il faut 500 pages, et qu'il ne comprend pas que l'esprit humain soit consacré à ça, alors qu'il ressent dans son corps que la vie est menacée. Et en gros, si vous voulez, il fait une profession de foi écologique à ce moment-là, il est aussi effrayé bien sûr par la menace nucléaire, et il fait une profession de foi que ne renierait personne maintenant, 51 ans après.

Nicolas Martin : On va discuter évidemment de tout ça. Je tiens à préciser deux choses tout de suite, c'est que nous avons donc déjà consacré une émission à Alexandre Grothendieck, nous n'allons pas redonner toute sa biographie, je vous renvoie à cette émission si vous voulez en savoir plus, vraiment, sur le début de sa carrière et toute cette période que vient de résumer brillamment Alain Connes, on va vraiment se concentrer sur *Récoltes et semailles*.

Olivia Caramello, peut-être un mot, déjà, sur cette archive que vous avez entendue, et de ré-entendre la voix de Grothendieck, avec ce petit accent si significatif, et puis, plus généralement, sur le lien que vous avez, vous, à *Récoltes et semailles* ; il était disponible en ligne, gratuitement, c'était important de lui redonner corps, dans un volume, accessible à tout le monde en papier selon vous ?

Olivia Caramello : Oui, oui, absolument, donc oui, c'est toujours émouvant d'écouter la voix de Grothendieck, si pure et attentive à la précision de l'expression aussi. Il était, je veux quand même le souligner, très rigoureux en mathématique, mais il l'est aussi dans sa réflexion anthropologique, psychanalytique, et d'autre nature, qui se trouve en grande abondance dans ce merveilleux texte *Récoltes et semailles*.

Donc oui, je voudrais juste ajouter une remarque par rapport à ce qu'Alain Connes disait. Effectivement, cet extrait du discours le fait peut-être apparaître comme peut-être un peu trop provocateur, c'est-à-dire ça met en avant ce côté de provocation et ça peut peut-être si c'est pas vraiment mis dans le bon contexte, ça peut faire penser que lui, il voulait vraiment arrêter la recherche scientifique, et beaucoup de gens l'ont interprété comme ça alors que si on regarde quand même même sa production scientifique après cette période-là, on voit quand même qu'il n'a jamais arrêté de faire de la recherche, que ça soit en mathématique ou dans d'autres sujets. Donc ça, je voulais quand même le préciser et Grothendieck, c'est vraiment un penseur à large échelle, donc c'est quelqu'un qui bien sûr a fourni une preuve spectaculaire de son talent, surtout en mathématiques, mais pas seulement. Et en fait, on commence à le découvrir avec notamment ce texte *Récoltes et semailles*

qui est truffé de réflexions très très profondes sur tout un tas de sujets, et aussi sur toute l'éthique des mathématiques et plus généralement de l'activité scientifique. Donc personnellement, je vois ce discours au Cern comme peut-être, un pas important dans cette œuvre de réflexion plus large, au-delà des mathématiques, qui après s'est approfondie dans les années suivantes, et voilà, donc, personnellement, je trouve que c'est très très bien que *Récoltes et semailles* soit enfin sorti. Moi, je le connaissais déjà, bien évidemment à travers la version électronique, et en fait, pour moi, ça a été merveilleux de découvrir ce texte parce que ça explique une vision, vraiment. C'est un texte dans lequel Grothendieck prend le temps d'expliquer sa vision, sa vision des mathématiques, et aussi, bien sûr, les rapports qu'il a avec la communauté mathématique, à cause, notamment, de cette vision, de comment cette vision est reçue par ses contemporains et par d'autres personnes autour de lui. Donc personnellement, ça a été très rassurant pour moi de voir un mathématicien avec une telle innocence, une telle pureté d'esprit, et un tel regard large sur les mathématiques, une véritable vision. Donc ça m'a encouragée beaucoup à cultiver moi-même cette approche inter-disciplinaire globale aux mathématiques. Donc pour moi, ça a été vraiment fondamental.

Nicolas Martin : Et on discutera comme le soulignait tout à l'heure Alain Connes, des topos qui sont un concept mathématique développé par Grothendieck qui ont été extrêmement critiqués, voire plus d'ailleurs, par la communauté mathématique, et dont vous avez tous les trois été les continuateurs d'une certaine manière. On y reviendra tout à l'heure, et j'aimerais qu'on parle de ce livre, des circonstances dans lesquelles il a été écrit et puis de ce qu'il représente pour chacun d'entre vous individuellement, parce que c'est une telle somme qu'il y a beaucoup, de très nombreuses portes d'entrée et j'aimerais entendre la vôtre tout de suite, après ça.

(Et nous parlons donc de *Récoltes et semailles*, le livre-testament d'Alexandre Grothendieck, un livre qui vient d'être édité chez Gallimard en deux volumes, nous en parlons avec Olivia Caramello, Alain Connes, Laurent Lafforgue.)

Avant d'entendre votre relation, votre porte d'entrée individuelle à ce livre, je vais en lire un tout petit extrait. Dans les nombreuses introductions, propédeutiques, et propos liminaires qu'il y a avant de rentrer dans le vif du livre, si tant est qu'on puisse parler de vif et ça, je vous laisserai le dire, nous sommes donc page 99 de cette nouvelle édition dans le troisième chapitre qui s'intitule *Une lettre*. Voilà ce qu'écrit Alexandre Grothendieck :

“Dans cette pré-lettre, je voudrais maintenant te dire (puisque'il faut préciser que c'est donc écrit à la première personne et qu'il y a une adresse à la deuxième personne du singulier au lecteur.), je voudrais maintenant te dire en quelques pages (si faire se peut) de quoi il est question dans Récoltes et semailles, te le dire de façon plus circonstanciée que ne le dit le seul sous-titre : “Réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien”, le mien, de passé, tu l'auras deviné....

*Il y a beaucoup de choses dans Récoltes et semailles, et les unes et les autres y verront sans doute beaucoup de choses différentes : un **voyage**, à la découverte d'un passé, une méditation sur l'existence, un tableau de mœurs d'un milieu et d'une époque, (ou le tableau du glissement, insidieux et implacable d'une époque à une autre...) ; une enquête (quasiment policière par moments, et en d'autres frisant le roman de cape et d'épée dans les bas-fonds de la mégalopolis mathématique...) ; une vaste divagation mathématique (qui sèmera plus d'un...) ; un traité pratique de psychanalyse appliquée (ou, au choix, un livre de "psychanalyse-fiction") ; un panégyrique de la connaissance de soi ; "Mes confessions" ; un journal intime ; une psychologie de la découverte et de la création ; un réquisitoire (impitoyable, comme il se doit...), voire un règlement de comptes dans "le beau monde mathématique" (et sans faire de cadeaux...).*

Voilà autant de pistes, d'ouvertures, qui disent la richesse de cette œuvre, je vais vous donner la parole, Alain Connes, quelle est dans cette liste presque... voilà, euh, programmatique, celle qui est la vôtre, la porte d'entrée, votre approche, qui vous permette de plonger dans cet ouvrage ?

Alain Connes : Alors de mon propre point de vue, si vous voulez, *Récoltes et semailles* a joué un rôle extrêmement important par l'enseignement que j'ai eu de Grothendieck de l'attitude du chercheur dans sa recherche. C'est-à-dire si vous voulez, en fait, Grothendieck, très loin dans *Récoltes et semailles*, arrive à distinguer, si vous voulez, en gros, deux manières de faire des mathématiques : il y a les mathématiques sportives, qui consistent à résoudre des problèmes, et il y a les mathématiques qui sont... il fait la distinction entre le yin et le yang, mais si vous voulez des mathématiques qui sont d'une toute autre nature, qui consistent à explorer un sujet, un peu, Grothendieck compare cette exploration à l'exploration du corps d'une femme, et il dit, si vous voulez, toute l'attention qu'il faut, tout le soin qu'il faut, toute la patience infinie qu'il faut pour faire cela. Et, si vous voulez, ce qui m'a donc énormément aidé, c'est que chacun d'entre nous est différent, chaque mathématicien est différent, mais dans ma propre évolution, bien sûr, si vous voulez, au départ, quand on veut se faire accepter comme mathématicien, on n'est pas obligé, mais il vaut mieux résoudre des problèmes qui étaient posés, avant, longtemps avant. Donc ça, c'est une espèce de... comment dire ? de passage obligé. Mais une fois que ce passage obligé a été franchi, si on veut vraiment faire des choses profondes, adopter cette attitude qui consiste à essayer de, si vous voulez, d'avancer de ε dans un domaine donné en appliquant des techniques qui sont déjà connues, ça n'est pas ça qui est créatif. Et ce que Grothendieck explique merveilleusement dans son livre, c'est justement, il donne, si vous voulez, pas une recette, mais un tas de raisons, un tas d'explications. Par exemple, il dit qu'il ne faut pas avoir peur de l'erreur, et que l'erreur au contraire est quelque chose de positif, parce que lorsqu'on comprend qu'on a fait une erreur, on comprend qu'on est sur la mauvaise voie, eh bien, c'est là qu'on progresse. Et ainsi de suite. Et il explique, si vous voulez, je veux le dire, ça, il explique que si, je vais vous citer sa phrase parce que c'est tellement vrai ce qu'il dit, il dit qu'il ne se considérait jamais comme étant plus doué que ses contemporains, absolument pas, ce que dit Grothendieck, c'est la chose suivante ; il dit :

“Je vois maintenant très clairement et sans résidu du moindre doute ceci : que si, avec des dons intellectuels nullement exceptionnels (il ne se considérait pas du tout comme exceptionnel), j’ai pu néanmoins constamment donner ma pleine mesure dans mon travail mathématique, et produire une œuvre et enfanter une vision vastes, puissantes et fécondes, ce n’est à rien d’autre qu’à cette fidélité que je le dois, à cette absence de tout souci de me conformer à des normes, grâce à quoi je m’abandonne avec une totale confiance à la pulsion de connaissance originelle, (ça, c’est extrêmement important, à dire, et il va même, si vous voulez, jusqu’à relier cette pulsion, dans le texte, à la mère) sans la tailler ni l’amputer en rien de ce qui fait sa force et sa finesse et sa nature indivise.”

Olivia Caramello : Oui, à ce propos, effectivement, je voudrais citer un passage que je trouve vraiment magnifique, et qui illustre justement le point que tu viens de soulever. Donc, toujours dans *Récoltes et semailles*, Grothendieck dit :

“Ce qui fait la qualité de l’inventivité et de l’imagination du chercheur, c’est la qualité de son attention, à l’écoute de la voix des choses.”

Donc justement, il souligne l’importance d’avoir une attitude de réceptivité, vis à vis de la richesse du monde. Donc le monde est incroyablement riche, et pour pouvoir saisir cette richesse, il faut adopter une attitude, disons, très réceptive, et travailler sur la qualité de sa propre attention. Donc vous voyez quand même que c’est une approche qui n’est pas du tout l’approche classique des mathématiciens qui sont peut-être poussés par le désir, disons, de casser des noix, comme le dirait Grothendieck (*rires*), parce qu’il fait aussi la comparaison d’un problème comme si c’était une noix qu’il faut casser, donc la plupart des mathématiciens diraient “ok, essayons de casser cette noix, on va utiliser toutes les méthodes possibles, c’est pas très important comment on y arrive, par exemple, si on a un marteau à disposition, on peut l’utiliser, c’est pas un problème !”. Alors, lui, il dit “non, il faut être délicat, il faut être à l’écoute de la voix des choses.”. Et qu’est-ce que ça signifie pour lui en fait, pour reprendre l’image de la noix, ça consiste à plonger cette noix dans un liquide émoullent, et la laisser tout simplement se reposer, de façon à ce que, au bon moment, elle s’ouvre naturellement. Donc en fait, son approche mathématique a toujours été une approche globale, visant à mettre les problèmes dans le cadre le plus naturel pour que la difficulté se dissolve naturellement. Donc vous voyez, c’est très original comme approche, c’est magnifique.

Nicolas Martin : Laurent Lafforgue, votre point d’entrée, je vais alors, moi aussi, dire un mot pour nos auditrices et nos auditeurs. Grothendieck le dit, le répète à plusieurs reprises dans *Récoltes et semailles*, il ne veut pas que ce texte s’adresse exclusivement aux mathématiciens, il en fait vraiment un point important, il écrit “ce qui est venu, c’est une sorte de longue promenade”, alors il est très sur cette idée de la narration au fil de l’écriture, au fil de la marche, “une longue promenade commentée à travers mon œuvre de mathématicien, une promenade à l’intention surtout du profane, de celui qui n’a jamais rien compris aux mathématiques.”

Laurent Lafforgue : Oui, donc moi j’ai eu, disons, deux points d’entrée dans Grothendieck, et, contrairement à Alain Connes, mon premier point d’entrée dans Grothendieck, ça a été vraiment dans son œuvre mathématique. C’est dans un deuxième temps que j’ai découvert *Récoltes et semailles*, quelques années après, et je dois dire que ces deux rencontres, c’est-à-dire d’abord de

l'œuvre et ensuite de *Récoltes et semailles* ont été pour moi bouleversantes.

La première parce que, donc, j'avais commencé des études de mathématiques, j'étais à l'École Normale Supérieure, donc, en mathématiques, en fait parce que les mathématiques étaient faciles pour moi, alors même que mes goûts étaient plutôt littéraires. J'étais davantage passionné par la littérature, et jusqu'alors, je n'avais pas rencontré dans les mathématiques, ou dans les sciences, quelque chose qui me paraisse de profondeur comparable à celle des plus grandes œuvres littéraires. Or en deuxième année, à l'École Normale Supérieure, j'ai appris l'existence de Grothendieck, à l'occasion d'un groupe de travail d'initiation à la géométrie algébrique. Donc je me suis précipité à la Bibliothèque, j'ai emprunté un certain nombre de volumes, j'ai commencé à les étudier, et j'ai été totalement stupéfait : c'étaient des mathématiques comme je n'avais jamais vues, et, pour la première fois, dans mes études, j'ai eu le sentiment d'être confronté à une œuvre qui était d'une profondeur et d'une beauté comparable à celle des plus grandes œuvres littéraires. Donc je peux dire que c'est par la lecture des œuvres mathématiques de Grothendieck, qui m'a pris plusieurs années, que j'ai compris que les mathématiques pouvaient être intéressantes, et même passionnantes, voilà, que j'ai compris la profondeur des mathématiques.

Et quelques années plus tard, alors que je préparais une thèse, j'ai entendu parlé de *Récoltes et semailles*, un exemplaire était disponible à la Bibliothèque Universitaire d'Orsay, où j'allais. Et j'ai commencé à le lire, dans cette bibliothèque, et là aussi, j'ai été totalement stupéfait, parce qu'il s'agissait de la même chose, il s'agissait de cette œuvre mathématique que j'avais étudiée déjà depuis plusieurs années, qui pour moi était absolument fascinante, et voilà que l'auteur même de cette œuvre en parlait en termes personnels, c'est-à-dire que ce n'était plus un travail mathématique nécessairement marmoréen, impersonnel, bien sûr, écrit toujours sans référence à aucun auteur, c'était l'investissement d'une personne, qui avait permis cette œuvre, et un investissement d'une intensité incroyable. C'est-à-dire... Olivia a cité ce passage de Grothendieck où il parle de la qualité de l'attention, mais effectivement, c'est ce que l'on perçoit chez lui, c'est-à-dire la qualité et l'intensité de l'attention, à quel point il s'est mis au service des choses, et de la voix des choses, et donc c'est de cela dont il parlait dans *Récoltes et semailles*. Et d'ailleurs, avec une autre dimension qui apparaît, qui est sa propre dimension littéraire à lui. En fait, Grothendieck est un très grand écrivain, et je pense que ça apparaît dans les citations qui ont déjà été faites. Ça s'est même entendu tout à l'heure, dans le bref extrait que nous avons entendu, c'est-à-dire que Grothendieck s'exprime admirablement, donc même à l'oral. Et à l'écrit, en fait, beaucoup de passages de *Récoltes et semailles* sont proprement admirables sur le plan littéraire. Ils relèvent de la philosophie, ils ont un rapport avec les mathématiques, mais ils relèvent aussi de la poésie. Et d'ailleurs, il faut savoir que lorsque le jeune Grothendieck était au lycée, bien avant d'imaginer qu'un jour il deviendrait mathématicien, ses camarades de classe et ses professeurs lui avaient donné un surnom. Et le surnom qu'ils lui avaient donné, ce n'était pas du tout "le Matheux" ou "le Mathématicien", c'était "le Poète".

Nicolas Martin : On va continuer à plonger dans cet ouvrage *Récoltes et semailles* et on va y plonger concrètement, puisque dans quelques minutes, nous avons la chance d'avoir eu accès non seulement au tapuscrit mais également aux notes manuscrites, qu'il y a par littéralement dizaines de milliers, qui sont chez un libraire parisien. On y va tout de suite après ça, restez avec nous.

(*Intermède musical* :) “*Sentinelle mathématique*” de Bertrand Burgalat, sur France Culture, nous parlons donc de l’ouvrage *Récoltes et semailles* d’Alexander Grothendieck, qui vient d’être publié, ce mois de janvier, en deux volumes, aux éditions Gallimard, dans la collection Tel, nous en parlons avec Olivia Caramello qui est mathématicienne et logicienne, Professeure associée à l’Università degli Studi dell’Insubria à Côme et titulaire de la Chaire Israel Gelfand à l’Institut des Hautes Études Scientifiques, à l’IHES, Alain Connes, mathématicien, Professeur émérite à l’IHES, titulaire de la Chaire Analyse et géométrie au Collège de France et lauréat de la médaille Fields en 1982, et Laurent Lafforgue, mathématicien, lauréat de la médaille Fields en 2002, qui travaille aujourd’hui chez Huawei mais sur une partie des mathématiques développées par Alexander Grothendieck, nous en reparlerons dans un instant).

Récoltes et semailles est un livre, on l’a dit, qui est longtemps resté en boîtes, nimbé d’une certaine aura de mystère. Outre les plus de 1000 pages du tapuscrit original, il y a également des dizaines de milliers de pages de notes. Bonjour Céline Loozen.

Céline Loozen : Bonjour Nicolas et bonjour à tous.

Nicolas Martin : Vous avez eu la chance et le privilège d’aller consulter ces notes manuscrites qui dorment encore dans la cave d’un libraire parisien.

Céline Loozen : Et oui, grâce à Jean-Bernard Gillot qui est un peu le gardien des archives de Grothendieck. En fait, après sa mort, son fils Matthieu lui demande d’expertiser l’ensemble du corpus, des milliers de pages, laissés dans des caisses et des cartons. Alors, ensemble, ils vont tout ramener à Paris dans une nuit du mois de novembre 2014, en voiture. Après en avoir estimé la valeur, quoique inestimable, ces textes restent encore dans la cave de sa librairie Alain Brieux. Ensemble on a parcouru quelques extraits de *Récoltes et semailles* mais aussi des carnets, des pages finement gribouillées, racontant tantôt des mathématiques complexes, des réflexions personnelles, ou des mémoires de famille.

(*Bruit de porte d’entrée dans la librairie Alain Brieux*).

Jean-Bernard Gillot : Alors, nous sommes dans la librairie Alain Brieux, rue Jacob à Paris. Je m’appelle Jean-Bernard Gillot et donc, il y a quelques années, on m’a demandé de m’occuper des manuscrits d’Alexander Grothendieck. Donc il y a 60000 pages qui sont dans des malles, qu’on ira voir après. Et puis là, pour l’instant, il y avait un carton, qui était un carton de l’Encyclopédie Universalis, qui est encore marqué Alexander Grothendieck et on a tout fouillé, on a tout présenté, on a tout mis, sur le papier, dans des petites boîtes, tout posé à plat. Donc on a des manuscrits que je vais vous montrer. Maintenant, je vais vous montrer les petites boîtes.

Céline Loozen : Et donc c’est notamment grâce à vous qu’on a récupéré ces manuscrits qui ont permis la publication de la suite, des années après.

Jean-Bernard Gillot : Ouais, moi je suis le gardien, voilà. Je suis le gardien.

Céline Loozen : Le gardien de *Récoltes et semailles*...

Jean-Bernard Gillot : ...de *Réc...* de tous les manuscrits.

Céline Loozen : Alors là, oui, tout est conservé dans des caisses.

Jean-Bernard Gillot : Donc là, on a tout mis, on a 1500 pages, qui sont que des brouillons dans tous les sens, c'était "dans la poubelle", hein, entre guillemets, c'était quelque chose qui était en poubelle.

Céline Loozen : Ah oui, on dit qu'Alexander Grothendieck voulait tout jeter, tout mettre à la poubelle, toute sa production...

Jean-Bernard Gillot : Voilà, sauf qu'en fait, il voulait rien jeter, la preuve c'est que tout est là. Voilà donc...

Céline Loozen : Donc parmi ces caisses, il y a notamment des écrits qu'on retrouve dans *Récoltes et semailles*.

Jean-Bernard Gillot : Possible, probablement, mais là on a aussi des choses, voilà il écrivait, c'est quelqu'un qui était un fou de l'écriture, donc il écrivait en permanence. Donc là, il y a une lettre...

Céline Loozen : Ce qu'on peut dire, déjà, c'est que c'est très hétérogène, dans ce qu'on voit, il y a des équations, il y a des formules, et puis il y a aussi des jets de phrases, des petits schémas aussi.

Jean-Bernard Gillot : Et donc tous les documents sont conservés, on a tout conservé, il doit y avoir une ou deux lettres des impôts et il écrit quelque chose derrière. Voilà, là, par exemple, ce sont des mathématiques. Je sais qu'il y a de la physique, il y a des tas de choses. Voilà donc là, il y a 1500 pages.

Céline Loozen : Il y a de la poésie aussi dans *Récoltes et semailles*.

Jean-Bernard Gillot : Il y a aussi de la poésie, mais c'est énorme. Là alors on va aller voir après le reste de pages, donc on a environ 60000 pages qui sont là. Enfin je sais pas, je veux dire, on parlait tout à l'heure des topos, là, il y a des choses extrêmement importantes sur les topos, c'est l'avenir, c'est Huawei qui va travailler dessus, c'est extraordinaire.

Céline Loozen : C'est vrai qu'un des objets centraux mathématique décrit dans *Récoltes et semailles*, c'est bien cet objet, les topos, qui sont un outil très puissant et unificateur dans le domaine des mathématiques.

Jean-Bernard Gillot : (*riant*) C'est ce que j'ai cru comprendre. Voilà. Bon maintenant, on va...

Céline Loozen : En tout cas, il disait que c'était une de ses plus belles découvertes.

Jean-Bernard Gillot : Je vais vous montrer la suite.

Céline Loozen : On descend au sous-sol.

Jean-Bernard Gillot : On descend dans l'ancre des ancres, voilà. Nous avons 5 cantines, qui sont toutes référencées. Alors, les cantines, elles sont dans des boîtes, il y a 48 boîtes, ou un peu plus probablement. Chaque boîte est une reliure qu'avait fait faire Alexander par un ami à lui qui était relieur, qui avait appris la reliure en prison, c'est quelqu'un du groupe Action directe qui n'a pas de sang sur les mains, mais qui avait été proche d'Action directe. Donc nous avons... Tout est référencé, tout est daté, tout est numéroté.

Céline Loozen : (*s'exclamant*) Cette écriture si fine...

Jean-Bernard Gillot : Exactement, et donc voilà, nous avons des mathématiques, de la physique, des tas de choses.

Céline Loozen : Oh la la ! On dirait qu'il écrit au fil de l'eau de sa pensée, comme s'il pouvait jamais s'arrêter, c'est vraiment la sensation que ça donne.

Jean-Bernard Gillot : Je pense que c'était le but de sa vie, c'était d'écrire, comme il dit "on n'achète pas des livres, on les fait.". Alors il charge, il surcharge, il gomme, il rectifie, mais tout est intact, voilà. Et il y a donc environ 60000 pages ici, un des derniers paquets. Parce qu'à la fin, il se fâche avec le...

Céline Loozen : ... la communauté...

Jean-Bernard Gillot : Non, la communauté, il a passé sa vie, à se fâcher avec la communauté, si j'ai bien compris. Il se fâche avec son copain qui était le relieur, il lui dit "je vais te donner les boîtes.", il a refusé, donc ils se sont fâchés, donc à la fin, il n'a plus personne pour s'occuper de ses boîtes. Donc il continue son travail et puis, il met ça dans des cartons.

Donc là, on est probablement dans des choses qui sont proches de Dieu, du Diable, enfins...

Céline Loozen : C'est vrai qu'il y a beaucoup de métaphysique et de spiritualité.

Jean-Bernard Gillot : Absolument, et après, il y a aussi des histoires de famille. Il remet en cause tout un tas de choses. Voilà, voilà, ça reste un objet incroyable, et je suis gardien de ça. Je ne comprends même pas pourquoi c'est chez moi (*riant*).

Céline Loozen : Est-ce que selon vous la publication enfin de cet opus une quarantaine d'années après sa rédaction va changer quelque chose.

Jean-Bernard Gillot : Oui, c'est le début de l'histoire d'Alexander Grothendieck, je pense, entre ça, les topos, et... c'est le début d'une plus grande aventure. On a affaire à un génie, et puis il est là, ses manuscrits sont là au fond de ma cave, c'est ridicule. Mais bon, ils sont là. Je les protège

pour l'instant. J'ai qu'une hâte, c'est que ça parte et que ça serve à tout le monde.

Nicolas Martin : Voilà, ces dizaines de milliers de pages manuscrites d'Alexander Grothendieck dans la cave de ce libraire parisien.

Une réaction, effectivement, est-ce qu'il faut faire quelque chose ? Est-ce qu'il faut les prendre, les protéger, les mettre ailleurs, les enlever, puisqu'apparemment, ce monsieur ne demande que ça, pour les verser à la connaissance commune ? Laurent Lafforgue ?

Laurent Lafforgue : La réponse est "oui, évidemment !". Ce sont des textes très précieux de l'un des plus grands créateurs du XX^e siècle, l'un des plus grands esprits scientifiques de l'Histoire, donc c'est évidemment précieux, il faudrait que ces manuscrits, en effet, soient sauvegardés, qu'ils soient également scannés, pour être mis à la disposition de tous. Cela dit, je voudrais aussi ajouter une remarque, inspirée par le simple fait que voilà, il y a 60000 pages, on peut se demander "comment est-ce possible ?". Mais ici, il faut faire un commentaire, qui est que pour Grothendieck, l'écriture est le moyen de la recherche de la vérité. Donc Grothendieck, en fait, ne réfléchissait pas de tête comme on dit, il écrivait tout, il écrivait tout ce qui lui passait par la tête et il a passé sa vie à faire cela, donc principalement s'agissant de mathématiques, mais pas seulement. Et en fait, dans *Récoltes et semailles*, il insiste beaucoup sur ce qu'il appelle le pouvoir créateur de l'écriture. Et c'est quelque chose dont il a fait l'expérience, et qui en fait est une leçon pour tout un chacun. C'est-à-dire qu'en écrivant, on trouve beaucoup plus, voilà.

Nicolas Martin : On entendait parler dans ce reportage des topos, c'est très important, j'aimerais qu'on l'évoque maintenant, c'est la grande création, ce que Grothendieck disait être le plus fier d'avoir créé, une volonté unificatrice des mathématiques, et pourtant, paradoxalement, pour des raisons que vous allez peut-être pouvoir m'expliquer, les unes et les autres, ces mathématiques-là ont très mauvaise presse. Aujourd'hui dans la communauté mathématique, il est difficile d'effectuer des recherches et de travailler sur les topos. Alain Connes, vous avez donné des leçons au Collège de France sur les topos mais ça n'a pas duré très longtemps. Vous-même, Olivia Caramello, ça a été difficile, et vous avez eu des pressions pour ne pas continuer dans cette voie, comment est-ce que ça s'explique tout ça ? (*Alain Connes me fait signe que non*).

Alain Connes : Oui. Non, non, en fait, si vous voulez, non. Ça, c'est une version complètement externe de la réalité : la réalité, si vous voulez, c'est que la notion conceptuelle de topos...

Nicolas Martin : ... que vous pouvez nous rappeler, brièvement, s'il vous plaît.

Alain Connes : Ah, je peux vous rappeler ce que c'est. En fait, en gros, si vous voulez, on avait, avant Grothendieck, l'habitude, pour étudier un espace, tout le monde sait que le rôle de l'espace, si vous voulez, est essentiel dans la géométrie, dans les mathématiques. Avant Grothendieck, quand on voulait connaître un espace, on le regardait directement, d'accord ? Et on essayait de le comprendre. Ce que fait l'idée du topos, qui est une idée merveilleuse, c'est... si vous voulez, elle met l'espace dans les coulisses, et ce que l'on fait, ce sont des mathématiques ordinaires avec un paramètre, ce paramètre est dans l'espace en question, il est dans les coulisses. Pour vous donner l'exemple le plus simple possible, supposez que l'espace en question, ce soit simplement deux points.

Eh bien, les mathématiques que vous faites, c'est vous faites deux fois les mathématiques qui sont la théorie des ensembles ordinaire. Eh bien, ce qui est merveilleux, si vous voulez, dans la théorie des topos, qui est là, c'est qu'elle a deux caractéristiques, la première, c'est que, en justement, en analysant ce qui se passe dans le contexte ordinaire de la théorie des ensembles, mais fait avec paramètre dans le topos, on arrive à une connaissance de cet espace qui est l'espace des paramètres, qui est le topos, bien plus fine que si on l'avait regardé directement. Et je dois dire, si vous voulez, que je ne peux pas m'empêcher de dire qu'en ce moment, je suis en train d'écrire un livre avec un psychanalyste, qui est Patrick Gauthier-Lafaye, dans lequel on utilise cette métaphore, mais par rapport, justement, à la psychanalyse.

Et la deuxième chose, qui est absolument extraordinaire, si vous voulez, dans cette idée du topos, c'est qu'elle revient à quoi ? Elle revient à regarder le mathématicien au travail de manière structuraliste. C'est-à-dire le mathématicien au travail va manipuler des ensembles. Mais le structuraliste va se fiche du fait que ce sont des ensembles. Il va regarder le mathématicien qui manipule des objets et des flèches. Et il va dire "ce mathématicien travaille sur ce qu'on appelle en mathématiques une catégorie". Et ce structuraliste va dire "mais quelles sont les propriétés de cette catégorie, qui font que le mathématicien peut travailler ?". Eh bien là, on est au cœur des topos.

Nicolas Martin : Comment expliquer, alors, Olivia Caramello, que les topos, alors corrigez-moi évidemment si je le décris de manière trop caricaturale, mais aient si mauvaise presse, ou soient un champ de travail de la mathématique qui finalement aient été rejetés ou repoussés par les institutions ?

Olivia Caramello : Oui, bah, en fait, j'ai réfléchi beaucoup par moi-même, en lisant *Récoltes et semilles* et aussi, vraiment, sur la base de celle qui a été ma propre expérience de vie, parce qu'effectivement, j'ai reçu énormément d'oppositions, en fait, depuis le début de ma carrière, tout simplement parce que je voulais développer, d'une façon globale et systématique cette théorie, justement dans le but de réaliser cette aspiration d'unification qui avait été déjà exprimée par Grothendieck, notamment dans *Récoltes et semilles*. Donc en fait, tout mon travail de recherche a été dirigé vers le but d'élaborer des techniques, des méthodes, pour transférer des connaissances entre des parties complètement différentes des mathématiques, par le biais des topos. Donc en fait, les topos peuvent être utilisés de façon incroyablement efficace, comme des objets-ponts, pour relier des contextes mathématiques les plus divers les uns des autres. Donc en fait, on peut penser métaphoriquement à un topos comme un lieu dans lequel des points de vue différents se rencontrent, en se reflétant les uns dans les autres. Donc, je donne cette métaphore pour souligner, pour vraiment mettre en avant cet aspect d'unification parce que je pense que c'est celui qui a vraiment engendré le plus d'hostilité. Je pense que c'est pas la technicalité des topos en tant qu'objet mathématique comme d'autres objets, parce qu'il y a bien sûr toute une technicalité, même, la théorie est quand même très sophistiquée et très profonde sur le plan purement technique. Mais c'est pas l'aspect technique qui a été à l'origine de l'ostracisme. Je pense que c'est vraiment cette dimension globale et inter-disciplinaire qui dérange les gens, parce qu'aujourd'hui, disons, les mathématiques sont devenues hyper-spécialisées donc chaque spécialiste travaille dans son coin, avec ses propres méthodes, il s'habitue à penser d'une certaine façon. Or, avec ces ponts qu'on arrive à engendrer avec les topos, on peut arriver notamment à démontrer un résultat dans un secteur des mathématiques en utilisant des méthodes complètement étrangères à ce secteur-là. On peut

arriver à établir des ponts entre vraiment des secteurs complètement éloignés en apparence, et donc, on peut arriver chez un spécialiste d'un certain domaine avec un résultat qui le surprend beaucoup, qu'on arrive à démontrer par des méthodes qui ne sont pas les siennes. Donc vous pouvez déjà comprendre que ça, ça peut être inquiétant pour certains, si on n'a pas assez d'ouverture d'esprit pour accepter cette pluralité de points de vue. Donc je pense qu'il y a un certain dogmatisme dans certains cercles mathématiques qui fait qu'on s'habitue à un certain langage, et après, on se renferme en quelque sorte, après des années d'hyper-spécialisation, parce qu'il faut quand même comprendre que travailler dans n'importe quel secteur des mathématiques aujourd'hui, ça demande un investissement technique colossal. Donc, c'est quand même humainement compréhensible qu'on s'affectionne beaucoup à certaines méthodes et après, on dit "Ben non ! Je ne veux pas voir autre chose.", moi, ça m'est arrivé plusieurs fois que je donne, par exemple, des exposés où je présente des résultats dans un domaine qui n'est pas le mien...

Nicolas Martin : Par exemple ?...

Olivia Caramello : La théorie des modèles, par exemple, ça m'est arrivé de démontrer un résultat parmi mes premiers, où je faisais une ample généralisation du théorème de Fraïssé, en théorie des modèles, qui est un résultat très important. Et en fait, dans l'auditoire, je me rappelle bien, un théoricien des modèles important qui ne pouvait pas croire que mon résultat était correct, parce que c'était trop général. Et en fait, il a passé tout l'après-midi à essayer de trouver un contre-exemple, bien sûr, sans y parvenir, parce que ma démonstration était tout à fait correcte, sauf qu'elle était formulée dans un langage que lui... Il m'a dit "Non, mais je ne me mets même pas à essayer de comprendre, parce que de toute façon je ne vais pas y arriver." Il me l'a dit comme ça. Et alors, il a préféré passer 4 heures de son temps, et il me tourmentait aussi parce que moi, j'étais là, et donc, il essayait de me fabriquer tous ses contre-exemples et... (*riant*), ça a été assez pénible mais, c'est juste pour vous donner une idée. Donc je pense qu'il y a vraiment ce côté inter-disciplinaire qui dérange. Après il y a beaucoup d'autres aspects, bien évidemment aussi.

Nicolas Martin : Laurent Lafforgue, un mot parce que vous, vous avez précisément quitté le milieu académique pour passer dans le privé et parce que dans le privé, en l'occurrence, on travaille... en l'occurrence votre employeur travaille, vous demande de travailler sur les topos et utilise cet outil, qui a l'air d'être particulièrement efficace, pour des travaux appliqués, qui ont l'air d'être des travaux passionnants et effectifs.

Laurent Lafforgue : Oui, c'est une histoire qui est totalement stupéfiante pour moi, que je n'aurais jamais imaginée il y a encore quelques années. C'est-à-dire que depuis une dizaine d'années, en fait depuis que je connais Olivia Caramello et ses travaux, je suis devenu dans le monde académique un fervent supporteur du développement de la théorie des topos. Et, comme toutes les personnes qui ont voulu développer les topos ou contribuer à leur développement, je me suis heurté pour cela à une très grande hostilité et, à ma totale surprise, j'ai trouvé donc dans un milieu d'ingénieurs, donc en l'occurrence de la firme Huawei, en France, donc j'ai trouvé, donc chez ces ingénieurs des oreilles beaucoup plus favorables. Donc c'est une chose que je n'aurais jamais attendue, qui me stupéfie aujourd'hui encore. Et donc aujourd'hui, enfin depuis quelques mois, j'ai quitté le monde académique, je suis chez Huawei, et donc mon environnement est constitué d'ingénieurs et de responsables de la hiérarchie de la recherche de Huawei qui sont totalement favorables au développement des topos,

qui pensent dès aujourd'hui, c'est-à-dire seulement quelques années après avoir appris l'existence de cette théorie qu'elle est extrêmement importante, et, donc certains parmi eux pensent que les topos vont devenir... les topos de Grothendieck vont devenir, ou peuvent devenir les mathématiques de l'intelligence artificielle, donc c'est-à-dire quelque chose d'une importance absolument colossale, et voilà. Donc, pour moi, c'est inimaginable parce que ça fait 60 ans que la théorie des topos a été introduite par Grothendieck, elle a été développée par lui déjà à longueur de centaines et de centaines de pages, que lui-même, dont tout le monde sait qu'il est l'un des plus grands génies scientifiques de l'Histoire, a énormément insisté sur la puissance des topos, sur l'importance des topos, même sur l'importance des topos au-delà des mathématiques. Donc, en fait, dans *Récoltes et semailles*, un certain nombre de pages sont consacrées à ça, Grothendieck dit pourquoi les topos sont tellement importants à ses yeux, il le dit dans des termes que les mathématiciens peuvent comprendre mais aussi, que même un lecteur qui ne connaît pas les mathématiques peut être sensible à la beauté et à la profondeur de ce que dit Grothendieck quand il parle des topos. Donc il a écrit ces pages-là, et ça n'a eu aucun effet dans le monde académique. Donc là il y a un mystère, que Grothendieck lui-même ne s'explique pas, il constate cette hostilité, il ne la comprend pas. Olivia vient de proposer des éléments d'explication, mais, pour moi ça reste un mystère. C'est-à-dire qu'en fait, les topos sont un sujet sensible. Et c'est bizarre parce qu'habituellement, quand on dit un sujet sensible, on comprend qu'un sujet sensible, c'est par exemple un sujet politique sur lequel les gens ne s'accordent pas. On ne comprend pas qu'un sujet scientifique, qu'une définition théorique puisse être un sujet sensible. Or en fait, elle l'est. Donc voilà, c'est un fait, que personnellement je ne m'explique pas, ou en tout cas pas de manière satisfaisante pour moi.

Nicolas Martin : Eh bien écoutez, ce que je vous propose puisque, vous l'avez entendu, Grothendieck est toujours passionnant, *Récoltes et semailles* est absolument captivant, et qu'en une heure, on a eu à peine le temps d'effleurer un certain nombre de sujets, donc je vous propose, si vous le voulez bien, qu'on refasse un deuxième, puisque finalement, il y a deux volumes à *Récoltes et semailles* chez Gallimard, qu'on consacre une deuxième édition, on reparlera du découpage en deux volumes si vous le voulez, ça fait partie des sujets qui fâchent, mais on consacrerait une deuxième édition pour poursuivre cette discussion tout à fait passionnante. Merci, beaucoup, à tous les trois. Merci Alain Connes, merci Olivia Caramello, merci Laurent Lafforgue. *Récoltes et semailles*, c'est donc en deux volumes chez Gallimard dans la collection Tel ¹.

¹La méthode scientifique, c'est Céline Loozen, Natacha Triou, Noémie Naguet de Saint-Vulfran, Antoine Beauchamp, Mariam Ibrahim, Amel Boucherka, Olivier Bétard à la réalisation, Ludovic Auger à la technique, et comme toujours en podcast sur l'application Radio-France et sur Franceculture.fr à tout jamais jusqu'à la fin des temps, jusqu'à preuve du contraire.