Parcours eulérien des Ponts de Paris autour de l'Île de la Cité et de l'Île Saint-Louis, Denise Vella-Chemla, mars 2026.

Suivant cet extrait d'un livre d'Édouard Lucas,

> LES PONTS DE PARIS EN 1880.
>
> Nous ferons maintenant l'application des règles démontrées dans ce Mémoire au problème suivant : est-il possible de passer successivement sur tous les ponts de Paris sans passer deux fois sur l'un d'eux ?
>
> Nous ne comprenons dans ce problème que les ponts jetés sur la Seine, sans tenir compte des canaux. Dans le parcours du fleuve à travers Paris, on ne rencontre que trois îles, à savoir : l'île Saint-Louis, la Cité et l'île des Cygnes. Par conséquent on doit compter cinq régions différentes : les deux rives et les trois îles.
>
> Mais, parmi ces cinq régions, l'île des Cygnes et la Cité sont des régions paires ; à la première aboutissent les deux parties du Pont de Grenelle ; à la Cité aboutissent dix ponts, savoir : 1° au sud, le pont de l'Archevêché, le pont au Double, le Petit-Pont, le pont Saint-Michel et la partie méridionale du Pont-Neuf ; 2° au nord, le pont Saint-Louis, le pont d'Arcole, le pont Notre-Dame, le pont au Change et la partie septentrionale du Pont-Neuf. L'île Saint-Louis est une région impaire à laquelle aboutissent sept ponts : au sud, la partie méridionale du pont Sully, le pont de la Tournelle et le pont Saint-Louis ; au nord, la partie septentrionale du pont Sully, le pont Marie et le pont Louis-Philippe ; mais il faut ajouter l'Estacade, pont en bois qui aboutit à la rive droite. Quant aux deux rives, il n'est pas nécessaire de connaître le nombre des ponts ; il est facile de voir que l'une d'elles est une région impaire et l'autre une région paire. En effet, il a été démontré au n° 17 que le nombre des régions impaires est toujours pair ; or, sur les cinq régions, deux sont paires et une impaire ; il est donc nécessaire que l'une des rives soit le point de départ d'un nombre impair de ponts.
>
> D'autre part, puisqu'il n'y a que deux régions impaires, le problème proposé est toujours possible.
>
> En d'autres termes, un voyageur peut disposer son parcours de telle sorte qu'il puisse passer une fois, et une seule, sur tous les ponts qui aboutissent à la Cité et à l'île Saint-Louis et sur un nombre quelconque de ponts joignant directement les deux rives de la Seine. Mais le promeneur est toujours forcé de prendre l'île Saint-Louis pour point de départ ou d'arrivée.
>
> On observera d'ailleurs que si l'on ne tient pas compte de l'Estacade, le problème devient d'une très grande simplicité.

on cherche les ponts actuels sur une photo-satellite, on les dénomme, on construit le graphe, on dénombre les degrés de ses sommets et on en cherche des parcours eulériens, pour marcher dans les grandes empreintes d'Euler et Lucas.

FIGURE 1 : les ponts vus d'avion, sans légende.

Dénomination des ponts choisie :

1	arts	Pont des Arts
2	arco	Pont d'Arcole
3	nd	Pont Notre-Dame
4	chg	Pont au Change
5	nfn	Pont Neuf partie Nord
6	sl	Pont Saint-Louis
7	pp	Petit Pont (pont Cardinal Lustiger)
8	p2	Pont au Double
9	arch	Pont de l'Archevêché
10	nfs	Pont Neuf partie Sud
11	stm	Pont Saint-Michel
12	ma	Pont Marie
13	lp	Pont Louis-Philippe
14	sno	Pont Sully partie Nord
15	tour	Pont de Tournelle
16	ssu	Pont Sully partie Sud
17	IC	Île de la Cité
18	ISL	Île Saint-Louis
19	RG	Rive gauche
20	RD	Rive droite

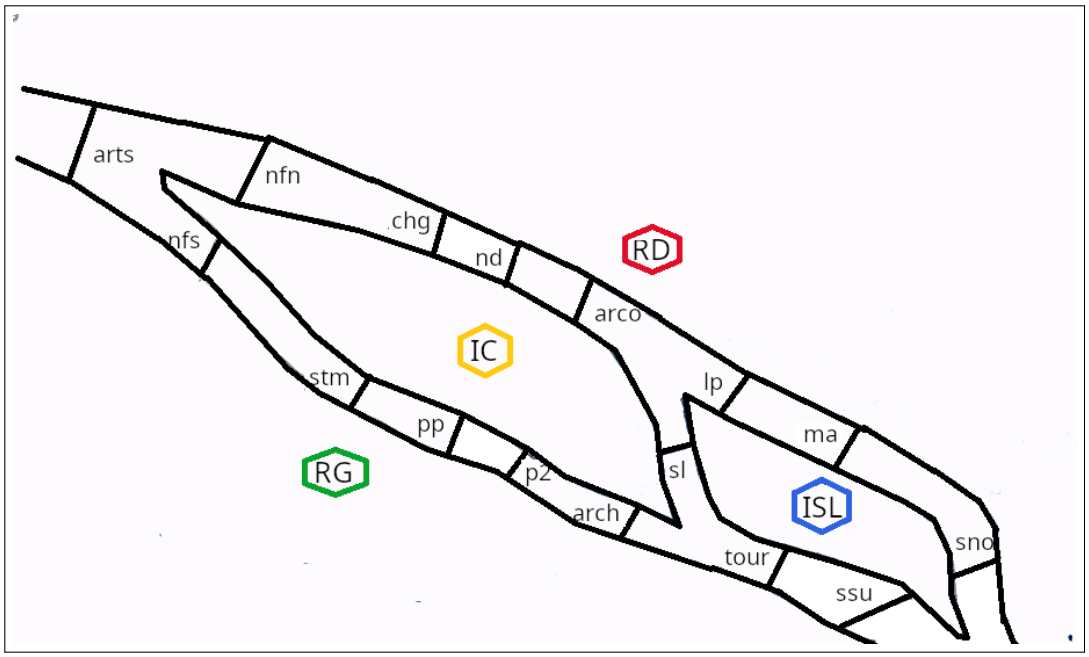

FIGURE 2 : Vue des ponts de Paris stylisée.

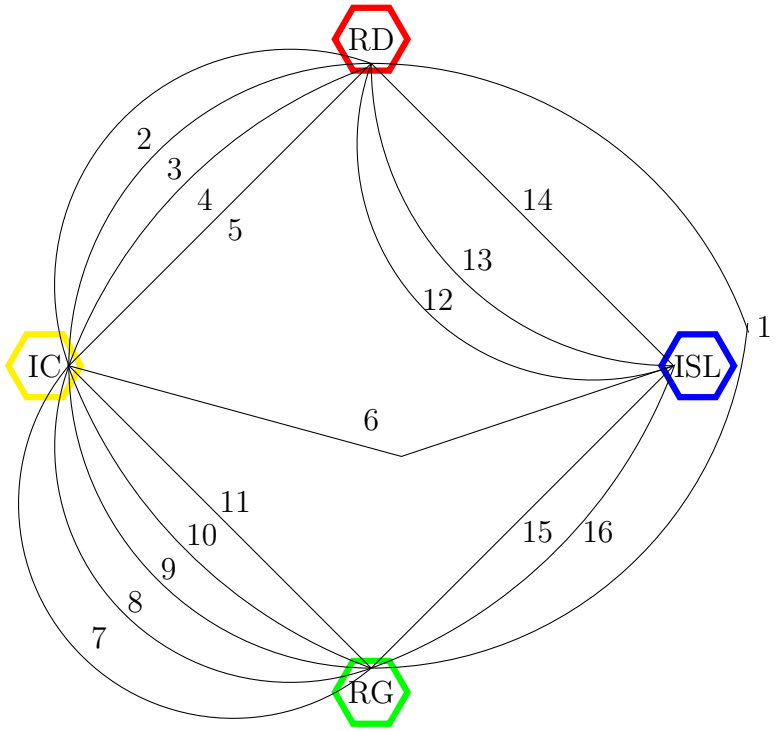

FIGURE 3 : représentation par un graphe dont il faut parcourir chaque arête une fois et une seule.

Les degrés des sommets étant égaux à 8 pour Rive-Droite, 8 pour l'Île Saint-Louis, 10 pour l'Île de la Cité et 8 pour la Rive-Gauche, l'existence d'un parcours eulérien, qui passe un fois et une seule par chaque arête est assuré.

Une photo extraite de Île Saint-Louis et Île de la Cité, patrimoine urbain et patrimonial.

FIGURE 4 : Vue des ponts depuis l'Est.

Paroles de la chanson Sous les ponts de Paris
Paroliers : Hubert Giraud / Jean Dréjac
Interprètes : Lucienne Delyle, Edith Piaf.

Sous le ciel de Paris
S'envole une chanson, hmm-hmm
Elle est née d'aujourd'hui
Dans le cœur d'un garçon
(La-la, la-la-la, la-la)
Sous le ciel de Paris
Marchent des amoureux, hmm-hmm
Leur bonheur se construit
Sur un air fait pour eux
Sous le pont de Bercy
Un philosophe assis
Deux musiciens, quelques badauds
Puis les gens par milliers
Sous le ciel de Paris
Jusqu'au soir vont chanter, hmm-hmm
L'hymne d'un peuple épris
De sa vieille cité
Près de Notre-Dame
Parfois couve un drame
Oui, mais à Paname
Tout peut s'arranger
Quelques rayons du ciel d'été
L'accordéon d'un marinier
L'espoir fleurit
Au ciel de Paris
Sous le ciel de Paris
Coule un fleuve joyeux, hmm-hmm
Il endort dans la nuit
Les clochards et les gueux
(Hm-hm, hm-hm, hm-hm)
Sous le ciel de Paris
Les oiseaux du Bon Dieu, hmm-hmm
Viennent du monde entier
Pour bavarder entre eux
Et le ciel de Paris
A son secret pour lui
Depuis vingt siècles
Il est épris de notre Île Saint-Louis
Quand elle lui sourit
Il met son habit bleu, hmm-hmm
Quand il pleut sur Paris

C'est qu'il est malheureux
Quand il est trop jaloux
De ses millions d'amants, hmm-hmm
Il fait gronder sur eux
Son tonnerre éclatant
Mais le ciel de Paris
N'est pas longtemps cruel, hmm-hmm
Pour se faire pardonner
Il offre un arc-en-ciel